

АКАДЕМИЯ НАУК СОЮЗА ССР
ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

"УТВЕРЖДАЮ"

ректор ИРЭ АН СССР
академик-

экз. № _____

_____ (В.А.Котельников)

О Т Ч Е Т №140-I-6С.I.

По теме: "ТЕОРИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ УСИЛИТЕЛЕЙ
В СХЕМАХ С ЦИРКУЛЯТОРАМИ".

Зав.отделом:

Зав. лабораторией №140
академик-

(В.А.Котельников)

Руководитель работы:
академик-

(В.А.Котельников)

Исполнитель:
академик-

(В.А.Котельников)

Работа начата: сентябрь 1959г. Окончена: переходящая
на 1960г.

Сдана в научный фонд: _____

г.Москва, 1960г.

ТЕОРИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ УСИЛИТЕЛЕЙ В СХЕМАХ С ЦИРКУЛЯТОРАМИ

В. А. Котельников

Аннотация

В данной работе рассмотрена теория параметрических усилителей с переменной емкостью, использующих запертый полупроводниковый диод и циркулятор и усиливающих сигнал без преобразования его частоты. Рассмотрение ограничивается случаем, когда в усилителе имеются колебания только трех частот: ω_1 — частота сигнала, ω_n — частота подкачки и $\omega_2 = \omega_n - \omega_1$ — основная комбинационная частота.

В данной работе выводятся соотношения, описывающие процессы в таких усилителях в общем виде, и которые пригодны вне зависимости от конкретных схем осуществления усилителей, лишь бы размеры запорного слоя диода были малы по сравнению с длиной волны.

Выводится в общем виде выражение для шумовой температуры усилителей при условии, что источником шума в самом усилителе являются лишь тепловые шумы активного сопротивления диода и циркулятора. Производится анализ возможностей снижения этой температуры и производится сравнение шумовой температуры усилителей, у которых $\omega_1 \cong \omega_2$, а также у которых эти частоты существенно разнятся.

Затем рассматривается резонансная кривая усилителей, по возможности в общем виде, и показывается, что в варианте близких частот ($\omega_1 \cong \omega_2$) без применения схем компенсации может быть получено:

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} K_M = M, \quad (A)$$

где ω_{10} — частота, на которой получается наибольший коэффициент усиления по мощности K_M^2 , $2\Omega_2$ — полоса пропускания, M — половина коэффициента модуляции емкости запорного слоя.

Даются некоторые рекомендации по схемам, в которых можно реализовать это соотношение.

Затем показывается, что путем применения компенсации можно полосу пропускания увеличить и получить соотношение:

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} \sqrt{K_M} = M. \quad (B)$$

Рассматривается также полоса пропускания для случая существенной разницы между ω_1 и ω_2 и показывается, что она в этом случае может быть больше, чем дает выражение (A).

В заключении показывается, как можно заменить прямоугольный волновод и прямоугольный объемный резонатор с волной H_{10} и вклю-

ченным в него диодом схемой замещения, по которой возможно произвести количественный расчет конкретного усилителя.

При проведенном рассмотрении в целях упрощения всюду предполагалось, что все элементы усилителя, кроме циркулятора, диода и специальных нагрузок, потерь не имеют.

Некоторые приведенные в данной работе положения были известны и ранее, однако, они повторены в отчете с целью облегчить пользование им.

§ 1. Основные соотношения

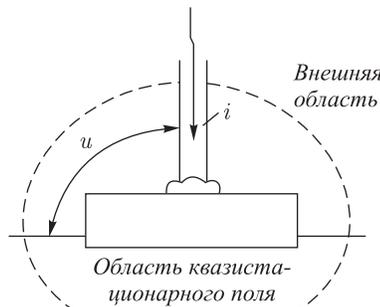


Рис. 1.1

Обычно параметрические усилители, использующие запертые полупроводниковые диоды как переменную емкость, содержат резонансные системы в виде объемных резонаторов, и к ним прямо не применимы методы теории цепей с сосредоточенными постоянными. Однако переменная емкость запирающего слоя этих диодов имеет размеры намного меньшие, чем длина волны, поэтому для достаточно малой области, охватывающей запирающий слой, справедливы законы квазистационарного поля, и электрическое поле в ней

можно считать потенциальным. Для этой области соотношение между током через диод i и напряжением на диоде u (см. рис. 1.1) будет

$$u = R_S i + u_3, \quad (1.1)$$

где первое слагаемое — падение напряжения на кристалле (R_S — постоянная величина); u_3 — падение напряжения на запирающем слое.

Далее

$$u_3 = f(q), \quad (1.2)$$

где $q = \int_{-\infty}^t i dt$ — заряд на запирающем слое. Эта зависимость должна быть нелинейной.

Чтобы получить периодически меняющуюся емкость запирающего слоя в усилителе, от специального генератора создают колебания с вспомогательной частотой (колебания подкачки). Пусть сначала в усилителе существуют только эти колебания. В этом случае напряжение на запирающем слое пусть будет равно:

$$u_3 = u_{3п} = f(q_{п}), \quad (1.3)$$

где $q_{п}$ — соответствующий заряд на запирающем слое.

Пусть далее в усилителе возникают дополнительные малые колебания от сигнала. Тогда

$$u_3 = u_{3П} + u_{3С} = f(q_П + q_С) = f(q_П) + \frac{\partial f(q_П)}{\partial q_П} q_С, \quad (1.4)$$

где $u_{3С}$ и $q_С$ — добавочные напряжения и заряд от сигнала. Отсюда:

$$u_{3С} = \frac{1}{c} q_С, \quad (1.5)$$

где обозначено:

$$\frac{1}{c} = \frac{\partial f(q_П)}{\partial q_П}. \quad (1.6)$$

Далее мы будем интересоваться только колебаниями от сигнала, поэтому индекс «С» мы будем в дальнейшем опускать.

Таким образом, соотношение между током через диод и напряжением на нем для добавочных колебаний, вызванных сигналом, будет

$$u_3 = R_S i + \frac{1}{c} q, \quad (1.7)$$

где

$$q = \int_{-\infty}^t i dt. \quad (1.8)$$

Для того, чтобы описать процессы в усилителе, необходимо еще знать соотношение между током i и напряжением u для внешней области, охватывающей диод. Как известно, для любого линейного двухполюсника, а внешняя область в данном случае может рассматриваться как такой двухполюсник, соотношение между током и напряжением будет таким же, как для схемы замещения, изображенной на рис. 1.2¹⁾.

В этой схеме $e(t)$ — напряжение u при холостом ходе, т. е. напряжение в случае отсоединенного диода, когда $i = 0$; $z(\omega)$ — некоторое комплексное сопротивление, величина которого зависит от частоты составляющей тока.

Таким образом, полная схема, описывающая колебания, вызванные в усилителе сигналом, примет в соответствии с рис. 1.2 и выражением (1.7) вид рис. 1.3 независимо от того, содержит ли усилитель сосредоточенные емкости и индуктивности или распределенные в виде волноводов, объемных резонаторов и т. д.

Рассмотрим процессы в схеме рис. 1.3, не конкретизируя конструкцию усилителя.

Примем, что под действием колебаний подкачки емкость запорного слоя изменяется по закону:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_0} [1 + 2M \cos(\omega_П t + \varphi_П)], \quad (1.9)$$

¹⁾ См., например, В. А. Котельников, А. М. Николаев «Основы радиотехники», ч. II, с. 298.

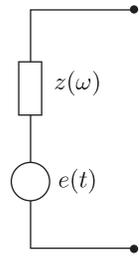


Рис. 1.2

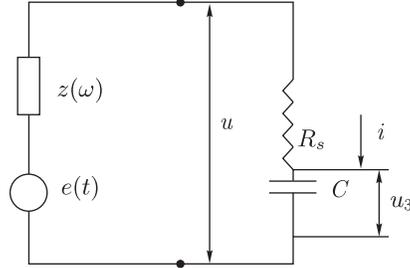


Рис. 1.3

где c_0 , M и φ_{Π} — некоторые постоянные. Далее примем, что

$$e(t) = \dot{\varepsilon}_1 e^{j\omega_1 t} + \dot{\varepsilon}_2 e^{j\omega_2 t}. \quad (1.10)$$

Мы берем две слагаемых э.д.с. для удобства и общности. Одна из них может равняться нулю. Примем, что:

$$\omega_{\Pi} = \pm(\omega_1 \pm \omega_2).$$

Отметим, что изменения знака у ω_{Π} на все последующее существенно сказываться не будет, поскольку эта частота вводится в формулы только с помощью выражения (1.8), а в этом выражении изменение знака у ω_{Π} равносильно лишь изменению знака у φ_{Π} . Исходя из сказанного, будем полагать

$$\omega_{\Pi} = \omega_1 - \omega_2 \quad (1.12)$$

или

$$\omega_{\Pi} = \omega_1 + \omega_2. \quad (1.13)$$

Начнем рассмотрение со случая (1.12). К случаю (1.13) легко перейти, изменив во всех выражениях знак у ω_2 на обратный.

Предположим, что в контуре рис. 1.3 течет ток:

$$i = \dot{J}_1 e^{j\omega_1 t} + \dot{J}_2 e^{j\omega_2 t}. \quad (1.14)$$

Напряжение на конденсаторе C будет равно:

$$u_3 = \frac{\int i dt}{c}. \quad (1.15)$$

Подставляя в это выражение i и c из (1.9) и (1.14), получим:

$$u_3 = \frac{\dot{J}_1 e^{j\omega_1 t}}{j\omega_1 c_0} + \frac{\dot{J}_2 e^{j\omega_2 t}}{j\omega_2 c_0} + \frac{M \dot{J}_2 e^{j\varphi_{\Pi}} e^{j\omega_1 t}}{j\omega_2 c_0} + \frac{M \dot{J}_2 e^{-j\varphi_{\Pi}} e^{j(\omega_2 - \omega_{\Pi})t}}{j\omega_2 c_0} + \frac{M \dot{J}_1 e^{j\varphi_{\Pi}} e^{j(\omega_1 + \omega_{\Pi})t}}{j\omega_1 c_0} + \frac{M \dot{J}_1 e^{-j\varphi_{\Pi}} e^{j\omega_2 t}}{j\omega_1 c_0}. \quad (1.16)$$

Тут учтено, что на основании (1.12) $\omega_2 + \omega_{\Pi} = \omega_1$ и $\omega_1 - \omega_{\Pi} = \omega_2$. Спектр i и u_3 будет соответствовать рис. 1.4.

То же напряжение получилось бы, если бы вместо переменной емкости в схеме была включена постоянная емкость c_0 и последовательно с ней э.д.с., соответствующая четырем последним членам выражения (1.16).

Под действием этих э.д.с. и э.д.с. $\dot{\varepsilon}_1$ и $\dot{\varepsilon}_2$ в цепи должны течь токи с частотами $\omega_1, \omega_2, \omega_2 - \omega_{\Pi}$ и $\omega_1 + \omega_{\Pi}$.

Будем считать, что токи с двумя последними частотами будут настолько малыми, что ими можно пренебречь. Иначе выражение будет неправильно. Это предположение будет справедливо, если суммарное сопротивление цепи рис. 1.1 равно:

$$z(\omega) + R_S + \frac{1}{j\omega c_0} \quad (1.17)$$

будет для частот ω_1 и ω_2 много меньше, чем для частот $\omega_2 - \omega_{\Pi}$ и $\omega_1 + \omega_{\Pi}$. Обычно в параметрических усилителях это условие удовлетворяется. Все дальнейшие рассуждения справедливы лишь при этом предположении.

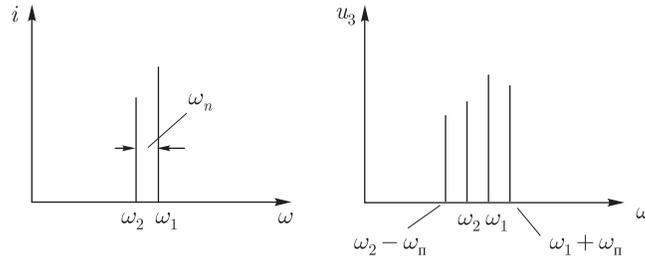


Рис. 1.4

Составим уравнения Кирхгофа, обходя контур рис. 1.3. Используя выражение (1.16) для составляющих с частотами ω_1 и ω_2 , получим:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \left[z(\omega_1) + R_S + \frac{1}{j\omega_1 c_0} \right] \dot{J}_1 + \frac{M e^{j\varphi_{\Pi}}}{j\omega_2 c_0} \dot{J}_2, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \left[z(\omega_2) + R_S + \frac{1}{j\omega_2 c_0} \right] \dot{J}_2 + \frac{M e^{-j\varphi_{\Pi}}}{j\omega_1 c_0} \dot{J}_1, \end{aligned} \quad (1.18)$$

или, если обозначить:

$$\begin{aligned} z_1 &= z(\omega_1) + R_S + \frac{1}{j\omega_1 c_0}; \\ z_2 &= z(\omega_2) + R_S + \frac{1}{j\omega_2 c_0}; \\ z_{c_1} &= \frac{M e^{-j\varphi_{\Pi}}}{j\omega_1 c_0}; \quad z_{c_2} = \frac{M e^{j\varphi_{\Pi}}}{j\omega_2 c_0}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

то эти уравнения запишутся так:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_1 &= z_1 \dot{J}_1 + z_{2c} \dot{J}_2, \\ \dot{\epsilon}_2 &= z_{1c} \dot{J}_1 + z_2 \dot{J}_2,\end{aligned}\quad (1.20)$$

откуда

$$\begin{aligned}J_1 &= \frac{z_2 \dot{\epsilon}_1 - z_{2c} \dot{\epsilon}_2}{z_1 \cdot z_2 - z_{1c} z_{2c}} = \frac{\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_{1B}}{z_1 + z_{1B}}, \\ J_2 &= \frac{z_1 \dot{\epsilon}_2 - z_{1c} \dot{\epsilon}_1}{z_1 \cdot z_2 - z_{1c} z_{2c}} = \frac{\dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_{2B}}{z_2 + z_{2B}}.\end{aligned}\quad (1.21)$$

Тут введены вносимые э.д.с. и сопротивления:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{1B} &= -\frac{z_{2c}}{z_2} \dot{\epsilon}_2, \\ \dot{\epsilon}_{2B} &= -\frac{z_{1c}}{z_1} \dot{\epsilon}_1, \\ z_{1B} &= -\frac{z_{1c} z_{2c}}{z_2} = \frac{z_c^2}{z_2}, \\ z_{2B} &= -\frac{z_{1c} z_{2c}}{z_1} = \frac{z_c^2}{z_1}\end{aligned}\quad (1.22)$$

и обозначено:

$$z_c^2 = -z_{1c} z_{2c} = \frac{M^2}{\omega_1 \omega_2 c_0^2}.\quad (1.23)$$

Как следует из уравнений (1.21), токи \dot{J}_1 и \dot{J}_2 будут течь также в схемах рис. 1.5.

Вводя понятие критической частоты:

$$\omega_k = \frac{M}{R_S c_0},\quad (1.24)$$

получим:

$$\begin{aligned}z_c^2 &= \frac{\omega_k^2}{\omega_1 \omega_2} R_S^2, \\ |z_{1c}| &= \frac{\omega_k}{\omega_1} R_S, \\ |z_{2c}| &= \frac{\omega_k}{\omega_2} R_S.\end{aligned}\quad (1.25)$$

Отметим, что ω_k зависит только от параметров диода и подкачки. Уменьшая подкачку, можно свести ω_k к нулю.

Поскольку в схемах рис. 1.5 токи текут такие же, как истинные токи через диод, а левые части этих схем являются схемами замещения внешней цепи диода (см. рис. 1.2 и 1.3), то напряжения на этих частях V_1 и V_2 будут соответствовать истинным напряжениям на диодах на частотах ω_1 и ω_2 соответственно.

Таким образом, правые части рис. 1.5 могут рассматриваться как схемы замещения диода на частотах ω_1 и ω_2 соответственно.

Полученные схемы замещения и выражения похожи на аналогичные для обычных связанных контуров. Отличие заключается лишь

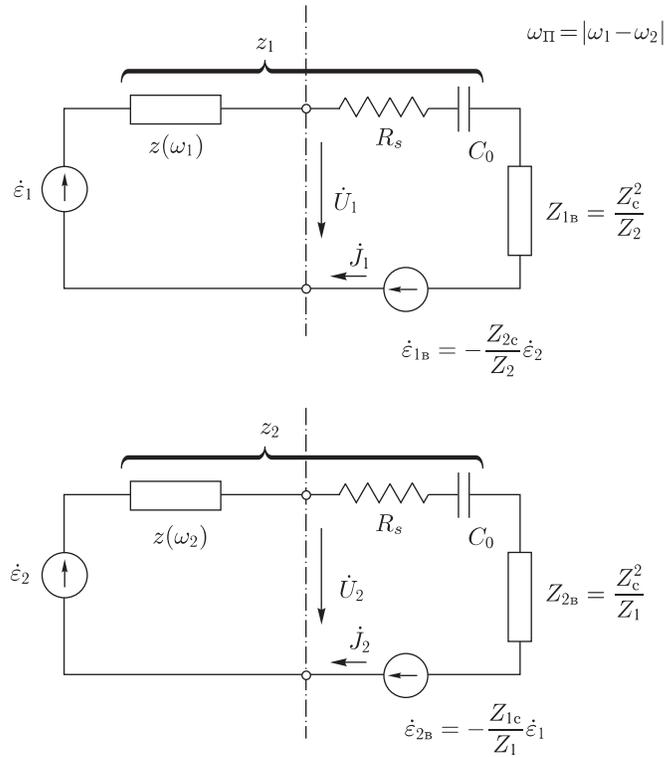


Рис. 1.5

в наличии двух сопротивлений связи z_{1c} и z_{2c} . Благодаря этому можно получить при том же вносимом сопротивлении вносимую э.д.с. больше, чем в обычных связанных контурах, что позволяет осуществить усиление мощности колебаний.

К случаю $\omega_{\Pi} = \omega_1 + \omega_2$, очевидно, можно перейти от уже рассмотренного, если подставить во все полученные выражения вместо ω_2 величину $-\omega_2$. При этом z_2 и z_{2c} превратятся в сопряженные величины z_2^* и z_{2c}^* соответственно.

Необходимо также заменить ε_2 на ε_2^* . Действительно:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\dot{\varepsilon}_2 e^{j\omega_2 t}) &= \operatorname{Re}(\varepsilon_2 e^{j\varphi_2} e^{j\omega_2 t}) = \varepsilon_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \\ \operatorname{Re}(\varepsilon_2^* e^{-j\omega_2 t}) &= \operatorname{Re}(\varepsilon_2 e^{-j\varphi_2} e^{-j\omega_2 t}) = \varepsilon_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2). \end{aligned}$$

Аналогично надо заменить \dot{J}_2 на J_2^* . При этом уравнения (1.21) превратятся в

$$J_1 = \frac{z_2^* \varepsilon_1 - z_{2c}^* \varepsilon_2^*}{z_1 z_2^* - z_{1c} z_{2c}^*}, \quad J_2^* = \frac{z_1 \varepsilon_2^* - z_{1c} \varepsilon_1}{z_1 z_2^* - z_{1c} z_{2c}^*}.$$

Или, меняя в последнем выражении в обеих частях равенства величины на их сопряженные и вводя обозначения (1.22), получим:

$$J_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_{1B}^*}{z_1 - z_{1B}^*}, \quad J_2 = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_{2B}^*}{z_2 - z_{2B}^*}. \quad (1.26)$$

Таким образом, схемы замещения для случая $\omega_{\Pi} = \omega_1 + \omega_2$ будут иметь вид рис. 1.6.

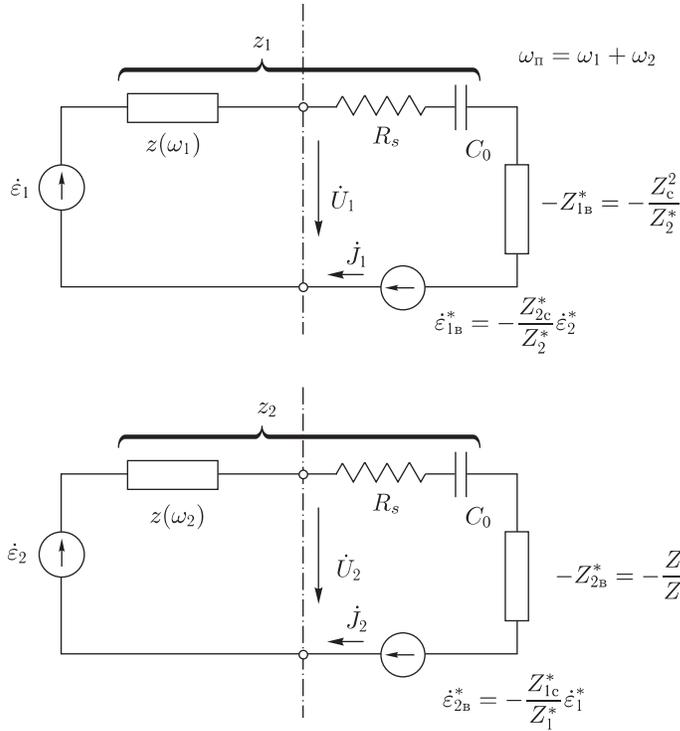


Рис. 1.6

В этом случае, в отличие от случая $\omega_{\Pi} = \omega_1 - \omega_2$, поскольку $z_c^2 = \frac{M^2}{\omega_1 \omega_2 C_0^2} > 0$, активные составляющие вносимых сопротивлений $-z_{2B}^*$ и $-z_{1B}^*$ будут отрицательны. Это позволяет компенсировать активные сопротивления цепи и получить усиление.

§ 2. Коэффициент усиления

Определим коэффициент усиления и шумфактор для параметрического усилителя, работающего с циркулятором. Схема этого усилителя изображена на рис. 2.1. Сигнал со входа поступает в циркулятор, из

которого, пройдя плечо 1, по фидеру 5 (обычно волноводному или коаксиальному) поступает собственно в усилитель, где усилившись и отразившись, возвращается в циркулятор. Пройдя затем плечо 2, сигнал попадает на выход. Шумы с выхода, пройдя плечо 3, попадают в фидер 6 и поглощаются в согласованной нагрузке. Шумы от этой нагрузки через плечо 4 попадают на вход. Если сопротивление на входе согласовано, то эти шумы поглощаются на входе и в усилитель не попадают.

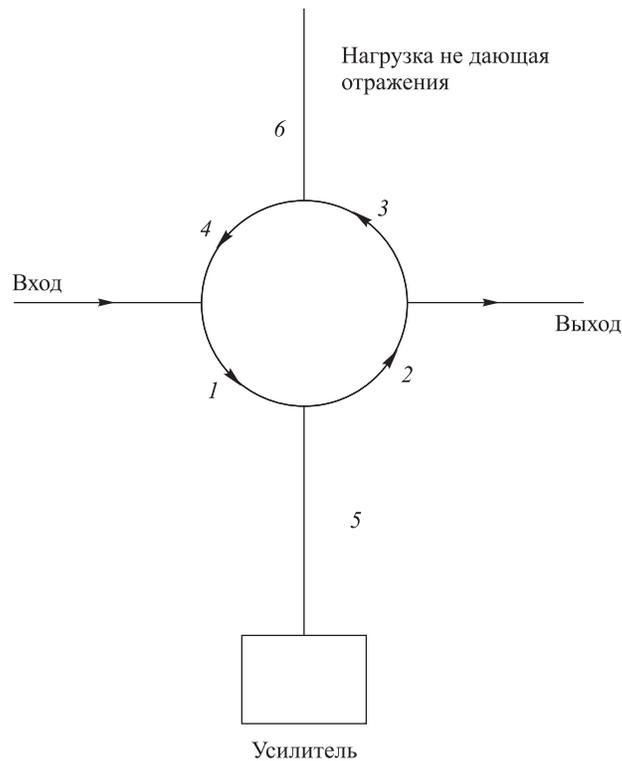


Рис. 2.1

Под коэффициентом усиления усилителя будем понимать отношение

$$K^2 = \frac{P_2}{P_1}, \quad (2.1)$$

где P_1 — мощность волны сигнала с частотой ω_1 , идущей по фидеру 5 от циркулятора к усилителю, и P_2 — мощность волны сигнала с той же частотой, идущей от усилителя к циркулятору.

Пусть на частоте ω_1 в усилителе поглощается мощность P_y , тогда

$$P_2 = P_1 - P_y \quad (2.2)$$

и

$$K^2 = 1 - \frac{P_y}{P_1}. \quad (2.3)$$

Если в усилителе мощность на частоте ω_1 не поглощается, а генерируется, то P_y будет отрицательно и $K^2 > 1$.

Используя выражение (2.3), найдем K^2 , не вникая в подробности конструкции усилителя.

Для цепи диода схема замещения в данном случае будет соответствовать рис. 1.6.

Тут $\dot{\varepsilon}_2 = 0$, поскольку э.д.с. на частоте ω_2 нет.

В этой схеме напряжение \dot{V}_1 и ток \dot{J}_1 соответствуют напряжению на диоде и току через него на частоте ω_1 . Таким образом мощность, поглощаемая диодом на этой частоте, будет соответствовать мощности, поглощаемой в правой части этой схемы. Если принять, что в усилителе на частоте ω_1 мощность поглощается только в диоде, то эта мощность будет равна мощности, поглощаемой усилителем P_y . Чтобы эта мощность была отрицательной и $K^2 > 1$, необходимо, чтобы внешнее сопротивление имело отрицательную действительную часть, для чего необходимо, в соответствии со сказанным выше, взять

$$\omega_{\Pi} = \omega_1 + \omega_2.$$

Обозначим

$$z(\omega_1) = R_{1A} + jx_{1A} \quad (2.4)$$

и

$$z(\omega_2) = R_{2A} + jx_{2A}.$$

Тогда в соответствии с (1.19)

$$z = R_{1A} + R_S + jx_1, \quad (2.5)$$

где

$$x_1 = x_{1A} - \frac{1}{\omega_1 c_0}$$

и

$$z_2 = R_{2A} + R_S + jx_2, \quad (2.6)$$

где

$$x_2 = x_{2A} - \frac{1}{\omega_2 c_0}.$$

Отсюда

$$-z_{1B}^* = -\frac{z_c^2}{z_2^*} = -\frac{z_c^2}{R_{2A} + R_S - jx_2} = -R_{1B} - jx_{1B}, \quad (2.7)$$

где

$$R_{1B} = \frac{z_c^2}{(R_{2A} + R_S)^2 + x_2^2} (R_{2A} + R_S); \quad x_{1B} = \frac{z_c^2}{(R_{2A} + R_S)^2 + x_2^2} x_2. \quad (2.8)$$

Мощность, поглощаемая на частоте ω_1 в усилителе или, что то же, в диоде, будет (см. рис. 1.6):

$$P_y = \frac{1}{2} J_1^2 (R_S - R_{1B}). \quad (2.9)$$

Далее из (1.26), (2.5) и (2.7)

$$J_1 = \frac{\dot{\varepsilon}_1}{R_{1A} + R_S - R_{1B} + j(x_1 - x_{1B})}. \quad (2.10)$$

Откуда

$$P_y = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_1^2 (R_S - R_{1B})}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}. \quad (2.11)$$

Максимальная возможная мощность, которая может быть поглощена в сопротивлении R , поставленном на место диода, будет, когда это сопротивление согласовано с внешней цепью, т. е. $R = R_{1A}$ будет равна:

$$P_{y \text{ макс}} = \frac{\varepsilon_1^2}{8R_{1A}}. \quad (2.12)$$

Очевидно, эта мощность (поскольку мы приняли, что в усилителе на частоте ω_1 энергия может поглощаться только в диоде) будет равна мощности сигнала P_1 , заключенной в бегущей волне, поступающей из циркулятора по фидеру в усилитель.

Отсюда, пользуясь (2.3), (2.11) и (2.12), получим выражение для коэффициента усиления:

$$\begin{aligned} K^2 &= 1 - \frac{4(R_S - R_{1B})R_{1A}}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2} = \\ &= \frac{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Эта величина при $x_1 - x_{1B} = 0$ будет принимать значение:

$$K_0^2 = \left(\frac{R_{1A} - R_S + R_{1B}}{R_{1A} + R_S - R_{1B}} \right)^2. \quad (2.14)$$

Таким образом:

а) при $R_{1A} = R_S - R_{1B}$.

Когда полное, активное сопротивление диода согласовано с внешней областью, и вся подаваемая мощность будет поглощаться $K_0^2 = 0$;

б) при $R_S - R_{1B} = 0$.

Когда полное активное сопротивление диода равно нулю, поступившая в усилитель мощность будет вся уходить обратно и $K_0^2 = 1$;

в) при $R_{1A} \rightarrow R_{1B} - R_S$.

Когда активное сопротивление всей цепи диода стремится к нулю $K_0^2 \rightarrow \infty$.

При возрастании $(x_1 - x_{1B})^2$ величина K^2 будет монотонно стремиться к единице.

Для того, чтобы можно было получить бесконечно большое усиление, нужно, чтобы

$$R_{1B} - R_S \geq 0,$$

т. е.

$$\frac{z_c^2}{(R_{2A} + R_S)^2 + x_2^2} (R_{2A} + R_S) - R_S > 0.$$

Максимальное значение это выражение примет, если положить $R_{2A} = x_2 = 0$. В этом наиболее благоприятном случае с учетом выражения (1.25), получим:

$$\frac{\omega_k^2}{\omega_1 \omega_2} R_S - R_S > 0. \quad (2.15)$$

Таким образом, бесконечное усиление можно получить лишь если:

$$\omega_k > \sqrt{\omega_1 \omega_2}. \quad (2.16)$$

§ 3. Шумовая температура усилителя

Мощность теплового шума P_R , отдаваемого сопротивлением R , имеющим температуру T_{1A} , в согласованную нагрузку в полосе частот Δf , и мощность шума P , отдаваемого согласованным идеальным бесшумным усилителем с коэффициентом усиления K^2 , подключенным к этой нагрузке, будут равны:

$$\left. \begin{aligned} P_R &= \frac{\overline{e_{\text{ш}}^2}}{4R} = \frac{4 \cdot k \cdot T_{1A} \cdot R \cdot \Delta f}{4R} = k \cdot T_{1A} \cdot \Delta f, \\ P &= P_R \cdot K^2 = k \cdot T_{1A} \cdot \Delta f \cdot K^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Тут обозначено: $\overline{e_{\text{ш}}^2} = 4kT_{1A}R\Delta f$ — средний квадрат э.д.с. теплового шума во входной нагрузке в полосе Δf , k — постоянная Больцмана, T_{1A} — шумовая температура входной нагрузки, R — величина этой нагрузки.

Мощность шума, отдаваемого реальным усилителем, будет больше, чем это следует из (3.1). Ее можно представить выражением:

$$P = k(T_{1A} + T_y) \cdot \Delta f \cdot K^2. \quad (3.2)$$

Величину T_y будем называть шумовой температурой усилителя. Очевидно,

$$T_y = \frac{P}{k \cdot \Delta f \cdot K^2} - T_{1A}. \quad (3.3)$$

Найдем шумовую температуру параметрического усилителя с циркулятором.

Эквивалентная схема цепи диода на частоте ω_1 с шумовыми э.д.с. в соответствии с рис. 1.6 и выражением (2.7), изображена на рис. 3.1.

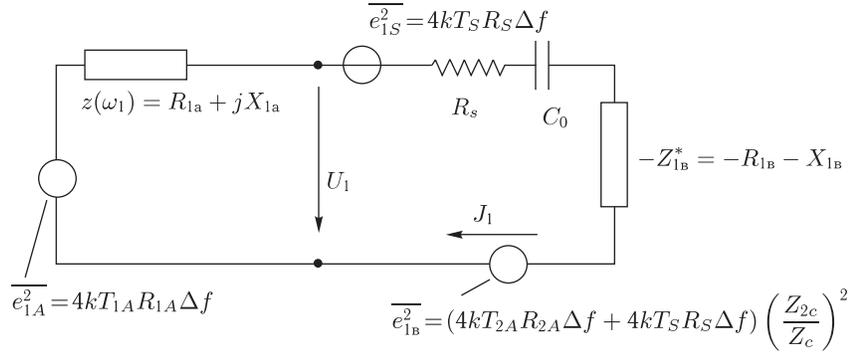


Рис. 3.1

На этом рисунке э.д.с. $\overline{e_{1A}^2}$ от шумов, поступающих в усилитель из циркулятора на частоте ω_1 . Она характеризуется активным сопротивлением R_{1A} и температурой источника этого шума T_{1A} , например, температурой шума антенны, $\overline{e_{1S}^2}$ — э.д.с. от тепловых шумов сопротивления R_S на частоте ω_1 . Температуру их принимаем равной T_S . $\overline{e_{1B}^2}$ — вносимая э.д.с. от тепловых шумов сопротивлений R_S и R_{1A} на частоте ω_2 .

Поскольку эти э.д.с. независимы, то мощности от них можно найти отдельно и затем сложить.

Шумы, дающие э.д.с. $\overline{e_{1A}^2}$, поступают от циркулятора на усилитель. Поэтому шумовая мощность, создаваемая ими в волне, идущей от усилителя к циркулятору, будет равна:

$$P_{1A} = \frac{\overline{e_{1A}^2}}{4 \cdot R_{1A}} \cdot K^2 = kT_{1A} \cdot \Delta f \cdot K^2, \quad (3.4)$$

э.д.с. $\overline{e_{1S}^2}$ и $\overline{e_{1B}^2}$ создадут в цепи рис. 3.1 ток

$$\overline{i_{ш}^2} = \frac{\overline{e_{1S}^2} + \overline{e_{1B}^2}}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2},$$

откуда мощность, отдаваемая этими э.д.с. во внешнюю цепь будет равна:

$$P_{1S} + P_{1B} = \overline{i_{ш}^2} \cdot R_{1A} = \frac{(\overline{e_{1S}^2} + \overline{e_{1B}^2}) \cdot R_{1A}}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 - (x_1 - x_{1B})^2}. \quad (3.5)$$

Далее, в соответствии с (3.3), получим

$$T_y = \frac{P_{1A} + P_{1S} + P_{1B}}{k \cdot \Delta f \cdot K^2} - T_{1A} = \frac{P_{1S} + P_{1B}}{k \cdot \Delta f \cdot K^2} \quad (3.6)$$

или, учитывая (2.13), (3.5) и рис. 3.1,

$$T_y = \frac{(\overline{e_{1S}^2} + \overline{e_{1B}^2}) \cdot R_{1A}}{k \cdot \delta f [(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_2)^2]} =$$

$$= \frac{4 \left[T_S \cdot R_S + (T_S \cdot R_S + T_{2A} \cdot R_{2A}) \left| \frac{z_{2c}}{z_2} \right|^2 \right] R_{1A}}{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}, \quad (3.7)$$

так как в соответствии с (2.7)

$$|z_{1B}|^2 = R_{1B}^2 + x_{1B}^2 = \left| \frac{z_c^4}{z_2^2} \right|$$

и

$$|z_2^2| = \left| \frac{z_c^2}{z_{1B}^2} \right|,$$

то

$$\left| \frac{z_{2c}}{z_2} \right|^2 = \left| \frac{z_{2c}^2 \cdot z_{1B}^2}{z_c^4} \right| = \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} \cdot \frac{R_{1B}^2 + x_{1B}^2}{R_S^2}. \quad (3.8)$$

Тут принято во внимание соотношение (1.25).

Подставляя (3.8) в (3.7), получим:

$$T_y = \frac{4 \left[T_S \cdot R_S + (T_S \cdot R_S + T_{2A} \cdot R_{2A}) \frac{R_{1B}^2 + x_{1B}^2}{R_S^2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} \right] R_{1A}}{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}. \quad (3.9)$$

Далее из (2.14) и (2.13) следует:

$$R_{1A} = (R_{1B} - R_S) \frac{K_0 + 1}{K_0 - 1} \quad (3.10)$$

и

$$\frac{(x_1 - x_{1B})^2}{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2} = \frac{1 - \frac{K^2}{K_0^2}}{K^2 - 1} < \frac{1}{K^2 - 1}. \quad (3.11)$$

Таким образом при:

$$K_0 > K \gg 1,$$

а такой случай наиболее интересен, можно считать:

$$R_{1A} \cong R_{1B} - R_S \quad (3.12)$$

и пренебречь скобкой $(x_1 - x_{1B})^2$ в выражении (3.9).

Тогда:

$$T_y \cong \frac{4 \left[T_S \cdot R_S + (T_S R_S + T_{2A} R_{2A}) \frac{R_{1B}^2 + x_{1B}^2}{R_S^2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} \right] (R_{1B} - R_S)}{4(R_{1B} - R_S)^2} =$$

$$= \frac{T_S R_S + (T_S R_S + T_{2A} \cdot R_{2A}) \frac{R_{1B}^2 + x_{1B}^2}{R_S^2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2}}{R_{1B} - R_S}. \quad (3.13)$$

Из этого выражения видно, что если менять R_{2A} и x_{1B} , сохраняя R_{1B} постоянным (это можно сделать, меняя соответствующим образом ω_2), то минимум T_y наступит при

$$x_{1B} = R_{2A} = 0, \quad (3.14)$$

для чего надо сделать x_2 и активное сопротивление внешней цепи R_{2A} равным нулю.

В этом случае:

$$R_{1B} = \frac{z_c^2}{(R_{2A} + R_S)^2 + x_2^2} \cdot (R_{2A} + R_c) = \frac{z_c^2}{R_S} = \frac{\omega_k^2}{\omega_1 \cdot \omega_2} \cdot R_S \quad (3.15)$$

и

$$T_y = \frac{T_S R_S + T_S R_S \frac{\omega_k^4}{\omega_1^2 \cdot \omega_2^2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_k^2}}{\frac{\omega_k^2}{\omega_1 \cdot \omega_2} R_S - R_S} = T_S \frac{\frac{\omega_k^2}{\omega_2} + 1}{\frac{\omega_k}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_k}{\omega_2} - 1}, \quad (3.16)$$

это выражение имеет минимум при

$$\frac{\omega_2}{\omega_k} = \frac{1}{\frac{\omega_1}{\omega_k} + \sqrt{\frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} + 1}}, \quad (3.17)$$

который равен:

$$T_{y \text{ мин}} = 2 \cdot \frac{\omega_1}{\omega_k} \cdot \left(\frac{\omega_1}{\omega_k} + \sqrt{\frac{\omega_1^2}{\omega_k^2} + 1} \right) T_S. \quad (3.18)$$

Из полученных выражений видно, что чем меньше ω_1/ω_k , тем меньше будет $T_{y \text{ мин}}$ и тем выше надо брать ω_2 , чтобы реализовать этот минимум. При $\omega_1 \rightarrow 0$, $T_{y \text{ мин}} \rightarrow 0$, а $\omega_2 \rightarrow \omega_k$.

На рис. 3.2 изображена зависимость T_y от ω_2/ω_k для разных ω_1/ω_k .

На рис. 3.3 кривая $2K$ дает зависимость $T_{y \text{ мин}}$ от ω_1/ω_k . На этих рисунках принято $T_S = 300^\circ \text{ K}$.

Рассмотрим еще частный случай усилителя, который можно назвать условно одноконтурным в отличие от предыдущего случая, который

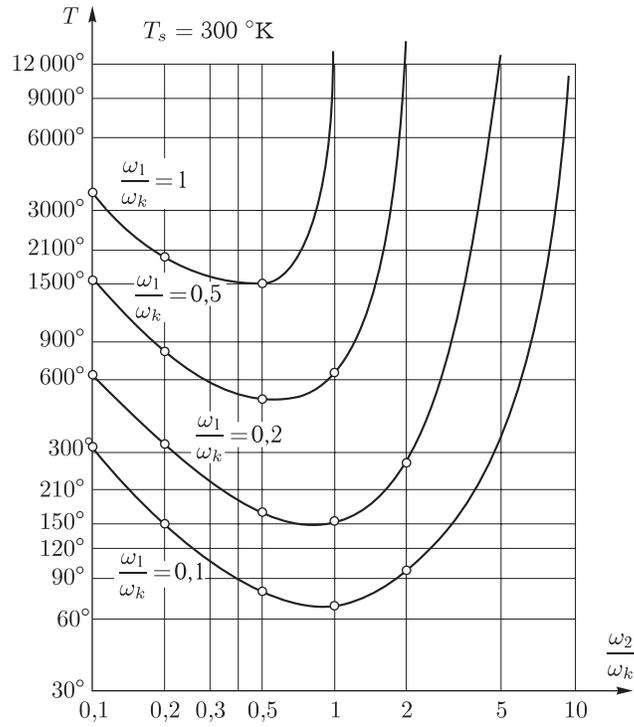


Рис. 3.2

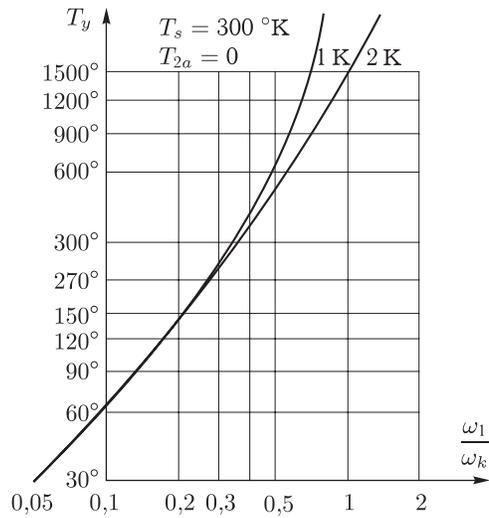


Рис. 3.3

назовем двухконтурным. В этом случае

$$\left. \begin{aligned} \omega_2 &\cong \omega_1, \\ R_{1A} &\cong R_{2A} = R_A. \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Для этого случая, беря, как и раньше $x_1 = x_2 = 0$, получим:

$$R_{1B} = \frac{z_c^2}{R_A + R_S}, \quad (3.20)$$

откуда в соответствии с (3.12) $R_A = \frac{z_c^2}{R_A + R_S} - R_S$

$$\left. \begin{aligned} R_A + R_S &= Z_C = \frac{\omega_k}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}} \cdot R_S, \\ R_{1B} &= Z_C. \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

Подставляя эти значения в (3.13) и учитывая, что $x_{1B} = 0$, получим:

$$T_y = \frac{2}{\frac{\omega_k}{\omega_1} - 1} \cdot T_S + T_{2A}. \quad (3.22)$$

На рис. 3.3 кривая $1k$ дает зависимость T_y от ω_1/ω_k , для этого случая при условии $T_{2A} = 0$ и $T_S = 300^\circ$.

Как видно из этого рисунка, T_y для случая $1k$, хотя идет несколько выше, чем для $2k$, но при $\omega_1/\omega_k < 0,5$ разница между ними ничтожна. При $\omega_1/\omega_k \rightarrow 1$ одноконтурный усилитель перестает работать, и $T_y \rightarrow \infty$. Двухконтурный будет работать и при $\omega_1/\omega_k > 1$, но при этом T_y быстро растет с ростом ω_1 .

Надо помнить, что для случая одноконтурного усилителя в T_y будет входить еще величина T_{2A} , характеризующая шум антенны.

В одноконтурном усилителе, поскольку ω_2 лежит близко к частоте сигнала ω_1 , колебания на частоте сигнала ω_1 , и на частоте ω_2 из антенны также попадают на диод, где дают комбинационную частоту

$$\omega_1 = \omega_{\Pi} - \omega_2.$$

Эти колебания будут смешиваться с колебаниями от сигнала и их дальше нельзя разделить с помощью частотной селекции. Чтобы избежать этого, можно перед усилителем поставить фильтр, не пропускающий из антенны колебания с частотами ω_2 , симметричными (по отношению к $\frac{\omega_{\Pi}}{2}$) частоте сигнала. Если такой фильтр будет поставлен между входом и циркуляром (см. рис. 2.1), то шумы, поступающие по фидеру 6 на частоте ω_2 из нагрузки, проходя через плечо 4, будут отражаться от этого фильтра и попадать в усилитель. Таким образом, в этом случае T_{2A} , входящее в выражение (3.22), должно быть шумовой температурой нагрузки фидера 6.

В случае, когда такой фильтр включен в фидер, 5, колебания с частотой ω_2 от усилителя будут отражаться от этого фильтра, и входное сопротивление этого фидера на частотах ω_1 и ω_2 будет разным. В этом

случае нельзя считать $R_{1A} = R_{2A}$, и усилитель надо рассматривать как двухконтурный.

Отметим, что шумовая температура усилителя мало зависит от реактивного сопротивления x_1 , цепи диода на частоте ω_1 и от коэффициента усиления, если последний значительно больше 1, как это следует из (3.9), (3.10) и (3.11). Он также мало зависит от x_{1B} , если $x_{1B}^2 \ll R_{1B}^2$.

§ 4. Влияние входных цепей и циркулятора на шумовую температуру

Рассмотрим вопрос об увеличении шумовой температуры за счет входных цепей, находящихся между антенной и циркулятором, и за счет несовершенства циркулятора.

Схема прохождения сигнала через эти цепи изображена на рис. 4.1.

Рассмотрим шумовую температуру согласованных и включенных последовательно четырехполюсников в общем виде.

Мощность отдаваемая первым четырехполюсником, будет в соответствии с (3.2) равна:

$$P_1 = K \cdot (T_{1A} + T_{y1}) \Delta f \cdot K_1^2,$$

где: T_{1A} — шумовая температура нагрузки на входе этого четырехполюсника, T_{y1} — шумовая температура этого четырехполюсника, K_1^2 — коэффициент усиления этого четырехполюсника. Этот четырехполюсник будет являться входной нагрузкой для второго четырехполюсника с эквивалентной температурой (см. (3.1))

$$(T_{1A} + T_{y1}) \cdot K_1^2. \tag{4.1}$$

Поэтому шум на выходе второго четырехполюсника будет:

$$P_2 = K [(T_{1A} + T_{y1})K_1^2 + T_{y2}] \Delta f K_2^2 = \\ = K(T_{1A} \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 + T_{y1} \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 + T_{y2} \cdot K_2^2) \Delta f \dots \tag{4.2}$$

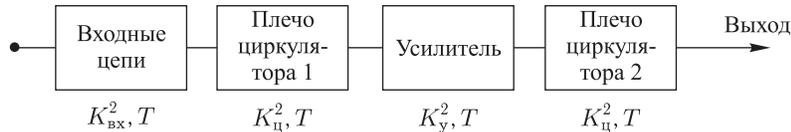


Рис. 4.1

Второй четырехполюсник будет являться входной нагрузкой третьего четырехполюсника и иметь шумовую температуру:

$$T_{1A} \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 + T_{y1} \cdot K_1^2 \cdot K_2^2 + T_{y2} \cdot K_2^2. \tag{4.3}$$

Повторяя рассуждение, получим мощность, отдаваемую n -м четырехполюсником:

$$\begin{aligned} P_n &= K[T_{1A} \cdot K_1^2 \cdots K_n^2 + T_{y1} \cdot K_1^2 \cdots K_n^2 + T_{y2} \cdot K_2^2 \cdots K_n^2 + \\ &\quad + T_{y3} \cdot K_3^2 \cdots K_n^2 + \dots + T_{yn} \cdot K_n^2] \Delta f = \\ &= K \left[T_{1A} + T_{y1} + \frac{T_{y2}}{K_1^2} + \frac{T_{y3}}{K_1^2 \cdot K_2^2} + \dots + \frac{T_{yn}}{K_1^2 \cdots K_{n-1}^2} \right] \Delta f \cdot K^2, \quad (4.4) \end{aligned}$$

где $K^2 = K_1^2 \cdots K_n^2$ — результирующий коэффициент усиления.

Сравнивая полученный результат с (3.2), получим шумовую температуру для четырехполюсника, эквивалентного n последовательно включенным четырехполюсникам, равную:

$$T_y = T_{y1} + \frac{T_{y2}}{K_1^2} + \frac{T_{y3}}{K_1^2 \cdot K_2^2} + \frac{T_{y4}}{K_1^2 K_2^2 K_3^2} + \dots + \frac{T_{yn}}{K_1^2 \cdots K_{n-1}^2}. \quad (4.5)$$

Пусть имеется пассивный четырехполюсник с коэффициентом усиления K^2 (конечно $K^2 \leq 1$). Найдем шумовую температуру этого четырехполюсника, если его фактическая температура равна T . Возьмем входную нагрузку, согласованную с этим четырехполюсником, пусть ее температура также будет T , тогда мощность, отдаваемая этим четырехполюсником в согласованную нагрузку, будет в соответствии с (3.1) равна:

$$p = kT \Delta f, \quad (4.6)$$

с другой стороны, она должна соответствовать формуле (3.2). Откуда:

$$kT \Delta f = k(T + T_y) \Delta f \cdot K^2 \quad (4.7)$$

и

$$T_y = \frac{1 - K^2}{K^2} \cdot T. \quad (4.8)$$

Учитывая сказанное, получим шумовую температуру усилителя вместе со входными цепями и циркулятором в соответствии с рис. 4.1, равную:

$$T_\Sigma = \frac{1 - K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2}{K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2} \cdot T + \frac{1}{K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2} \cdot T_y + \frac{1}{K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2 \cdot K_y^2} \cdot \frac{1 - K_y^2}{K_y^2}, \quad (4.9)$$

где $K_{\text{вх}}^2$ — коэффициент усиления входной цепи, K_y^2 — то же одного плеча циркулятора, K_y^2 — то же усилителя, T — температура среды, T_y — шумовая температура усилителя.

При выводе (4.9) входные цепи и плечо циркулятора 1 (см. рис. 4.1) были объединены в один четырехполюсник. Отметим, что последним членом выражения обычно бывает можно пренебречь по сравнению с первым членом, так как обычно $K_y^2 \gg 1$.

Если взять в качестве примера затухание во входной цепи 2 дБ, в плече циркулятора 1 дБ, $T = 300^\circ \text{K}$, то получим:

$$K_{\text{вх}}^2 \cdot K_y^2 = 0.5,$$

$$T_\Sigma = \frac{1 - 0.5}{0.5} 300 - \frac{1}{0.5} T_y = 300 + 2 \cdot T_y.$$

§ 5. Полоса пропускания (общий случай)

В соответствии с (2.13) коэффициент усиления может быть представлен выражением:

$$K^2 = \frac{(R_{1A} - R_S + R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2}{(R_{1A} + R_S - R_{1B})^2 + (x_1 - x_{1B})^2} = \frac{4R_{1A}^2}{|R_{1A} + R_S + jx_1 - R_{1B} - jx_{1B}|^2}. \quad (5.1)$$

Тут были учтены выражения (3.11) и (3.12) и принято, что $K^2 \gg 1$. Далее, учитывая (2.7) и (2.5), получим:

$$K^2 = \frac{4R_{1A}^2}{\left|z_1 - \frac{z_c^2}{z_2^*}\right|^2} = \frac{4R_{1A}^2 |z_2^*|^2}{|z_1 z_2^* - z_c^2|^2}. \quad (5.2)$$

В узкой полосе частот, какой будет при большом K^2 полоса пропускания, можно считать, что числитель выражения (5.2) остается постоянным. Исследуем изменения знаменателя этого выражения с частотой.

Пусть при некотором коэффициенте модуляции M_0 на частоте $\omega_1 = \omega_{10}$ возникает генерация.

При этих значениях $K^2 = \infty$ и $z_1 z_2^* - z_c^2 = 0$ или $z_1 z_2^* = z_c^2 = \frac{M_0^2}{\omega_{10} \omega_{20} c_0^2}$, т. е. является действительной величиной.

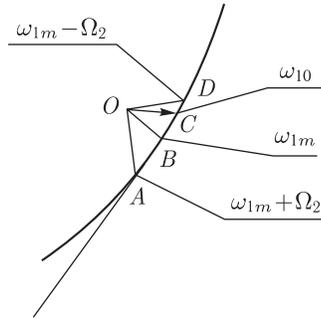


Рис. 5.1

Если уменьшить немного M , то генерация прекратится и для частоты ω_{10} $z_1 z_2^* - z_c^2$ будет небольшой действительной величиной. Пусть изменение этой величины с изменением ω_1 соответствует годографу, изображенному на рис. 5.1.

Для $\omega_1 = \omega_{10}$

$$z_1 z_2^* - z_c^2 = OC.$$

Предположим, что вблизи ω_{10} и ω_{20} можно положить

$$x_1 = x_{10} + b_1(\omega_1 - \omega_{10}) = x_{10} + b_1\Omega,$$

$$x_2 = x_{20} + b_2(\omega_2 - \omega_{20}) = x_{20} - b_2\Omega. \quad (5.3)$$

Тут обозначено:

$$\begin{aligned}\omega_1 - \omega_{10} &= \Omega, \\ \omega_2 - \omega_{20} &= \omega_{\Pi} - \omega_1 - (\omega_{\Pi} - \omega_{10}) = -\omega_1 + \omega_{10} = -\Omega, \\ b_1 &= \left(\frac{dx_1}{d\omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{10}}, \quad b_2 = \left(\frac{dx_2}{d\omega_2} \right)_{\omega_2=\omega_{20}=\omega_{\Pi}-\omega_{10}}.\end{aligned}\quad (5.4)$$

Далее:

$$z_c^2 = z_{c0}^2 + D\Omega, \quad (5.5)$$

где

$$z_{c0}^2 = \frac{M^2}{\omega_{10}\omega_{20}c_0^2}; \quad (5.6)$$

и

$$\begin{aligned}D &= \left(\frac{d(z_c)^2}{d\omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{10}} = \left(\frac{d}{d\omega_1} \frac{M^2}{\omega_1(\omega_{\Pi} - \omega_1)c_0^2} \right)_{\omega_1=\omega_{10}} = \\ &= \frac{M^2}{\omega_{10}\omega_{20}c_0^2} \left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}} \right) = z_{c0}^2 \left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}} \right).\end{aligned}\quad (5.7)$$

Рис. 5.1

Затем в соответствии с (5.3) положим:

$$\begin{aligned}z_1 &= R_1 + jx_1 = R_1 + jx_{10} + jb_1\Omega, \\ z_2^* &= R_2 - jx_2 = R_2 - jx_{20} + jb_2\Omega,\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}R_1 &= R_{1A} + R_S, \\ R_2 &= R_{2A} + R_S.\end{aligned}$$

Учитывая эти выражения, получим:

$$\begin{aligned}z_1 z_2^* - z_c^2 &= R_1 R_2 + x_{10} x_{20} + j(x_{10} R_2 - x_{20} R_1) + j(R_1 b_2 + R_2 b_1)\Omega + \\ &+ (x_{20} b_1 - x_{10} b_2)\Omega - z_{c0}^2 - D\Omega = R_1 R_2 + x_{10} x_{20} - z_{c0}^2 + \\ &+ j(x_{10} R_2 - x_{20} R_1) + [x_{20} b_1 - x_{10} b_2 - D + j(R_1 b_2 + R_2 b_1)]\Omega.\end{aligned}\quad (5.8)$$

Как видно из этого выражения, при изменении Ω на величину $\Delta\Omega$ в соответствии с (5.8), точка по годографу сместится на величину

$$\sqrt{(x_{20} b_1 - x_{10} b_2 - D)^2 + (R_1 b_2 + R_2 b_1)^2} \cdot \Delta\Omega. \quad (5.9)$$

Пусть при некотором $\omega_1 = \omega_m$ точка на годографе займет положение B , для которого величина $|z_1 z_2^* - z_c^2|$ будет минимальной, а $K^2 = K_M^2$ максимальной.

Очевидно:

$$K_M^2 = \frac{4R_{1A}^2 |z_2|^2}{(OB)^2}. \quad (5.10)$$

Очевидно величина $|z_1 z_2^* - z_c^2|^{-1}$ уменьшится в $\sqrt{2}$ раз, а K^2 вдвое для точек A и D , если

$$AB = BD = OB.$$

Чтобы перейти из точки B в точки A и D надо изменить частоту ω_1 на величину

$$\pm\Omega = \pm \frac{OB}{\sqrt{(x_{20}b_1 - x_{10}b_2 - D)^2 + (R_1b_2 + R_2b_1)^2}}. \quad (5.11)$$

Полоса пропускания будет равна $2\Omega_2$.

Или произведение полосы пропускания на максимальный коэффициент усиления будет равно:

$$2\Omega_2 K_M = \frac{4R_{1A} \sqrt{R_2^2 + x_{20}^2}}{\sqrt{(x_{20}b_1 - x_{10}b_2 - D)^2 + (R_1b_2 + R_2b_1)^2}}. \quad (5.12)$$

При этом выводе мы не учитывали изменения R_1 и R_2 с частотой. При необходимости эти изменения можно учесть аналогичным методом.

Отметим еще, что выражение (5.12) верно лишь при условии выполнения равенств (5.3) и (5.5), т. е. когда полоса пропускания достаточно мала.

§ 6. Полоса пропускания при простой схеме варианта $\omega_{10} = \omega_{20}$ (одноконтурный вариант)

Выражение (5.12) сильно упрощается в так называемом одноконтурном варианте, когда $\omega_{10} = \omega_{20} = \frac{\omega_{\Pi}}{2}$.

В этом случае:

$$x_{20} = x_{10}, \quad b_2 = b_1, \quad D = 0, \quad R_2 = R_1.$$

Поэтому:

$$2\Omega_2 K_M = \frac{4R_{1A}|z_2|}{2R_1b_1}. \quad (6.1)$$

Далее в этом случае в соответствии с (2.14)

$$R_1 = R_{1A} + R_S \cong R_{1B} = \frac{z_{c0}^2}{|z_2|^2} R_2 = \frac{z_{c0}^2}{|z_2|^2} R_1. \quad (6.2)$$

Откуда:

$$\begin{aligned} |z_2|^2 &= R_1^2 + x_{10}^2 = R_2^2 + x_{20}^2 = z_{c0}^2, \\ R_1 &= \sqrt{z_{c0}^2 - x_{10}^2}, \\ R_{1A} &= R_1 - R_S, \end{aligned} \quad (6.3)$$

поэтому

$$2\Omega_2 K_M = \frac{2\left(\sqrt{z_{c0}^2 - x_{10}^2} - R_S\right) z_{c0}}{\sqrt{z_{c0}^2 - x_{10}^2} \cdot b_1}. \quad (6.4)$$

Из последнего выражения видно, что для увеличения $2\Omega_2 K_M$ надо $z_{c0} = \frac{M}{\omega_{10} c_0}$ иметь по возможности больше, а x_{10}^2 меньше.

Таким образом, желательно, чтобы ω_{10} было резонансной частотой, для которой $x_{10} = 0$, хотя небольшая $x_{10}^2 \ll z_{c0}^2$ допустимы.

В случае $x_{10} = 0$ получим:

$$2\Omega_2 K_M = \frac{2(z_{c0} - R_S)}{b_1} = \frac{2R_S}{b_1} \left(\frac{\omega_k}{\omega_{10}} - 1\right). \quad (6.5)$$

В соответствии с (2.5)

$$x_1 = x_2 = x_A - \frac{1}{\omega_{10} c_0},$$

отсюда

$$b_1 = \left(\frac{dx_1}{d\omega_1}\right)_{\omega_1=\omega_{10}} = \left(\frac{dx_A}{d\omega_1}\right)_{\omega_1=\omega_{10}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0}. \quad (6.6)$$

Для увеличения $2\Omega_2 K_M$ нужно иметь b_1 по возможности малым.

Предположим, что реактивное сопротивление внешней цепи соответствует реактивному сопротивлению двухполюсника без потерь. Это справедливо для случая, изображенного на рис. 6.1, когда реактивное сопротивление создается двухполюсником без потерь, включенным последовательно с R_{1A} , а также приближенно справедливо для схем с малыми потерями вне областей параллельных резонансов. Так как всегда у двухполюсника без потерь

$$\frac{dx_A}{d\omega_1} > 0,$$

то наличие x_A будет уменьшать $2\Omega_2 K_M$.

Рассмотрим, возможна ли работа усилителя при $x_A = 0$, когда b_1 минимально. В этом случае:

$$x_{10} = x_{20} = -\frac{1}{\omega_{10} c_0} \quad (6.7)$$

и

$$z_1 z_2^* - z_c^2 = R_1 R_2 + x_{10} x_{20} - z_{c0}^2 = R_1^2 + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0^2} - \frac{M^2}{\omega_{10}^2 c_0^2}.$$

Поскольку всегда $M^2 < 1$, то $z_1 z_2^* - z_{c0}^2$ нельзя сделать в этом случае равным нулю и значит тут нельзя подойти к порогу регенерации и получить большого усиления. Для того, чтобы это можно было сделать, необходимо сохраняя z_{c0} , уменьшить x_{10} , сделав для этого $x_A > 0$.

Примем

$$x_{10} = x_{20} = 0, \quad (6.9)$$

что упрощает рассуждения и целесообразно по соображениям, изложенным в §3. Будем искать структуру x_A так, чтобы на частоте $\omega_1 = \omega_{10}$

$$x_1 = x_A - \frac{1}{\omega_{10}c_0} = 0 \quad (6.10)$$

и $\left(\frac{dx_1}{d\omega_1}\right)_{\omega_1=\omega_{10}}$ было минимальным.

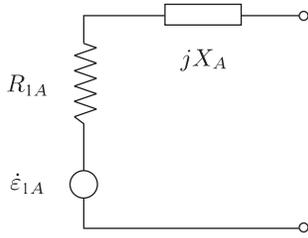


Рис. 6.1

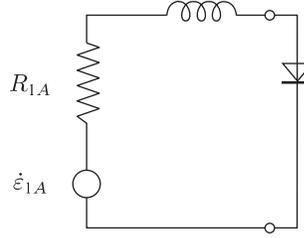


Рис. 6.2

Как сказано в приложении, эти условия удовлетворятся, если взять в качестве x_A индуктивность L_A такую, чтобы

$$\omega_{10}L_A - \frac{1}{\omega_{10}c_0} = 0, \quad (6.11)$$

т. е.

$$L_A = \frac{1}{\omega_{10}^2c_0}. \quad (6.12)$$

В этом случае:

$$b_1 = \left(\frac{dx_1}{d\omega_1}\right)_{\omega_1=\omega_{10}} = L_A + \frac{1}{\omega_{10}^2c_0} = \frac{2}{\omega_{10}^2c_0}. \quad (6.13)$$

Это минимально возможное b_1 в данных условиях. Таким образом, оптимальной схемой усилителя, если принять структуру рис. 6.1, будет схема рис. 6.2.

Для рассмотренного случая в соответствии с (6.5) получим

$$2\Omega_2K_M = \frac{2R_S}{2/\omega_{10}^2c_0} \left(\frac{\omega_k}{\omega_{10}} - 1\right) = \omega_{10}^2c_0R_S \left(\frac{\omega_k}{\omega_{10}} - 1\right), \quad (6.14)$$

но так как

$$\frac{M}{c_0R_S} = \omega_k, \quad \text{и} \quad c_0R_S = \frac{M}{\omega_k}, \quad (6.15)$$

то

$$2\Omega_2K_M = \omega_{10}M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right); \quad (6.16)$$

или

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}}K_M = M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right). \quad (6.17)$$

Поскольку M равняется половине коэффициента модуляции емкости и можно легко иметь $M = 0.3$, в этом случае при малом $\frac{\omega_{10}}{\omega_k}$ можно

получить произведение относительной расстройки на K_M порядка 0.3. При $K_M^2 = 100$ относительная полоса будет составлять около 3% от средней частоты.

В качестве реактивного сопротивления x_A удобно использовать короткозамкнутый отрезок коаксиальной линии. Посмотрим насколько это уменьшит $2\Omega_2 K_M$ по сравнению с оптимальным случаем, когда x_A чистая индуктивность.

В этом случае:

$$x_A = \rho \operatorname{tg} \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right), \quad (6.18)$$

где ρ — волновое сопротивление линии, l — ее длина, c — скорость волны в линии.

Таким образом,

$$\frac{dx_A}{d\omega_1} = \rho \frac{l}{c} \frac{1}{\cos^2 \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right)} = \rho \frac{l}{c} \left[1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right) \right];$$

или заменяя ρ его значением из (6.18), получим:

$$\frac{dx_A}{d\omega_1} = \frac{l x_A}{\operatorname{ctg} \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right)} \left[1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{l}{c} \omega_1 \right) \right] = \frac{x_A}{\omega_1} \psi, \quad (6.19)$$

где

$$\begin{aligned} \psi &= U \left(\frac{1}{\operatorname{tg} U} + \operatorname{tg} U \right), \\ U &= \frac{l}{c} \omega_1 = \frac{2\pi l}{\lambda_1}. \end{aligned} \quad (6.20)$$

На рис. 6.3 дана зависимость ψ от U . Если x_A осуществляется индуктивностью, то

$$\frac{dx_A}{d\omega_1} = L_A = \frac{x_A}{\omega_1}. \quad (6.21)$$

Таким образом ψ показывает насколько $\frac{dx_A}{d\omega_1}$ при сохранении x_A больше у короткозамкнутой линии по сравнению с индуктивностью.

Для данного случая, учитывая, что $x_A = \frac{1}{\omega_{10} c_0}$,

$$b_1 = \left(\frac{dx_A}{d\omega_1} \right)_{\omega_1 = \omega_{10}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0} = (1 + \psi) \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0} \quad (6.22)$$

вместо (6.13).

Из рис. 6.3 видно, что при малых U величина ψ приблизительно равна 1, и b_1 будет соответствовать оптимальному случаю (6.13). При увеличении U ψ растет, достигая при $U = 1$ значения 2.2 и при $U = \frac{\pi}{2}$ (соответствует $\frac{l}{\lambda_0} = \frac{1}{4}$) ∞ . Это соответственно будет уменьшать $2\Omega_2 K_M$. При $\frac{\pi}{2} < U < \pi$ настройка осуществлена быть не может, так как короткозамкнутый отрезок линии будет емкостным сопротивлением. При $\pi < U < 1.5\pi$ настройка снова может быть осуществлена, но

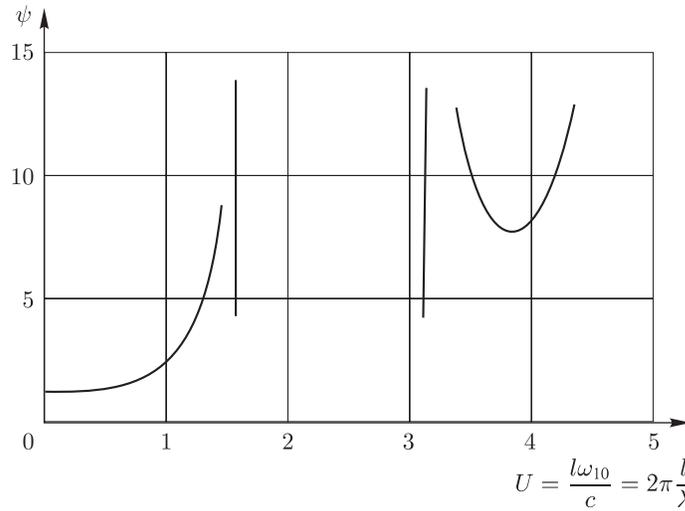


Рис. 6.3

это дает сильное увеличение b_1 (в минимуме около 4 раз по сравнению с оптимумом).

Тут надо иметь в виду, что изменяя длину линии l , надо для сохранения равенства (6.18) менять одновременно ρ .

Итак, если в качестве реактивного сопротивления, компенсирующего емкость диода, брать отрезок короткозамкнутой линии, надо, чтобы эта линия была короче $\frac{\lambda_{10}}{8}$, при этом:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{l}{c}\omega_{10}\right) = \frac{1}{\omega_{10}c_0\rho} < 1, \quad (6.23)$$

т. е. надо брать:

$$\rho > \frac{1}{\omega_{10}c_0} \quad (6.24)$$

Пример схемы рассмотренного усилителя без цепей подкачки изображен на рис. 6.4. Волновое сопротивление коаксиальной линии со стороны диода должно быть $R_{1A} = z_{c0} - R_S$ (см. (3.12)).

Рассмотрим конкретный пример.

Пусть

$$c_0 = 10^{-12} \text{ ф}, \quad R_S = 5 \text{ Ом}, \quad \omega_{10} = 2\pi \cdot 10^9 = 6 \cdot 10^9,$$

$$M = 0,3, \quad \omega_k = \frac{M}{R_S c_0} = \frac{0,3}{5 \cdot 10^{-12}} = 6 \cdot 10^{10}.$$

Тогда:

$$z_{c0} = \frac{M}{\omega_{10}c_0} = \frac{0,3}{6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-12}} = 50 \text{ Ом}, \quad R_{1A} = 50 - 5 = 45 \text{ Ом}.$$

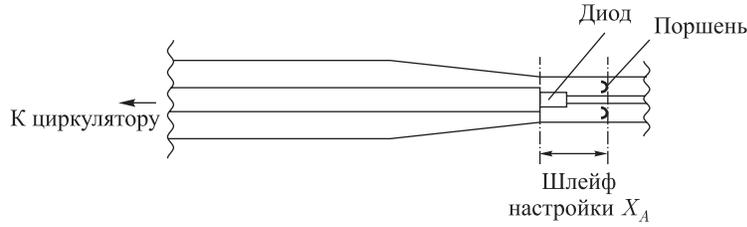


Рис. 6.4

Такое волновое сопротивление должен иметь коаксиальный фидер, подводящий сигнал от циркулятора. Поскольку волновое сопротивление равно:

$$\rho = 138 \ln \frac{D_2}{D_1}, \quad (6.25)$$

то для данного случая логарифм отношения внешнего диаметра коаксиального фидера к внутреннему должен быть:

$$\ln \frac{D_2}{D_1} = \frac{\rho}{138} = \frac{45}{138} = 0.325,$$

откуда:

$$\frac{D_2}{D_1} = 2,1.$$

Волновое сопротивление шлейфа подстройки, чтобы существенно не сужать полосу, должно быть:

$$\rho \geq \frac{1}{\omega_{10} c_0} = \frac{1}{6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-12}} = 167 \text{ Ом.}$$

Таким образом, для него надо выбрать $\frac{D_2}{D_1} \geq 16$. Для этого усилителя

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} K_M = M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k} \right) \frac{2}{1 + \psi} \cong 0.3 \cdot 0.9 \frac{2}{1 + \psi} \cong 0.27.$$

§ 7. Полоса пропускания варианта $\omega_{10} = \omega_{20}$ при схеме с компенсацией

Для получения большего произведения $2\Omega_2 K_M$, чем в рассмотренном в § 6 случае, необходимо отойти от схемы рис. 6.2 и использовать схему, в которой активные сопротивления существенно влияют на реактивную составляющую.

Рассмотрим схему рис. 7.1, т.е. будем считать, что параллельно источнику сигнала ($R_3 \varepsilon_3$) включен дополнительно чисто реактивный двухполюсник с сопротивлением $jx_{ш}$, соизмеримым с R_3 .

В этом случае сопротивление внешней цепи будет:

$$z(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{jx_{\text{ш}}}} + jx_{\text{П}} = \frac{R_3}{1 + jR_3y} + jx_{\text{П}} = \frac{R_3}{1 + R_3^2y^2} - j\frac{R_3^2y}{1 + R_3^2y^2} + jx_{\text{П}}. \quad (7.1)$$

Здесь:

$$jy = \frac{1}{jx_{\text{ш}}} \quad \text{или} \quad y = -\frac{1}{x_{\text{ш}}} \quad (7.2)$$

проводимость реактивного двухполюсника.

Таким образом, в данном случае получим:

$$b_1 = \frac{d}{d\omega_1} \left(-\frac{R_3^2y}{1 + R_3^2y^2} + x_{\text{П}} - \frac{1}{\omega_1 c_0} \right)_{\omega_1=\omega_{10}} = \\ = -\frac{R_3^2(1 + R_3^2y^2) - 2R_3^4y^2}{(1 + R_3^2y^2)^2} y' + x'_{\text{П}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0}, \quad (7.3)$$

где:

$$y' = \left(\frac{dy}{d\omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{10}}, \quad (7.4) \\ x'_{\text{П}} = \left(\frac{dx_{\text{П}}}{d\omega_1} \right)_{\omega_1=\omega_{10}}.$$

Полагая для простоты, что при $\omega_1 = \omega_{10}$ $y = 0$, получим:

$$b_1 = -R_3^2 y' + x'_{\text{П}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0}. \quad (7.5)$$

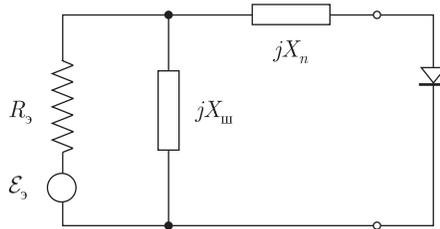


Рис. 7.1

Всегда $x'_{\text{П}} > 0$ и $y' > 0$. Таким образом, подбирая y' достаточно большой величины, можно сделать b_1 сколь угодно близким к нулю и, в соответствии с выражением (6.4), величину $2\Omega_2 K_M$ сколь угодно большой. Однако, поскольку выражения (5.3), строго говоря, справедливы лишь при бесконечно малых Ω , мы можем сделать с помощью шунта $x_{\text{ш}}$ произведение $2\Omega_2 K_M$ сколь угодно большим лишь при бесконечно малом Ω_2 или, что то же при бесконечно большом K_M .

При конечных значениях, очевидно, надо учесть в случае компенсации в выражениях (5.3) величины более высоких порядков малости.

Проведем расчет с учетом сказанного для простейшей схемы с компенсацией, изображенной на рис. 7.2, т. е. для схемы, в которой $x_{\text{ш}}$ осуществляется параллельным контуром, а $x_{\text{П}}$ индуктивностью $L_{\text{П}}$. При этом примем:

$$\frac{1}{\sqrt{L_{\text{ш}}c_{\text{ш}}}} = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{П}}c_0}} = \omega_{10} = \omega_{20}. \quad (7.6)$$

В этом случае получим:

$$z_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_s} + \frac{1}{j\omega_1 L_{\text{ш}}} + j\omega_1 c_{\text{ш}}} + j\omega_1 L_{\text{П}} + R_s + \frac{1}{j\omega_1 c_0}. \quad (7.7)$$

Это выражение для z_1 на частоте $\omega_1 = \omega_{10} + \Omega$ разложим в ряд по расстройке Ω . Получим:

$$z_1 = a_0 + a_1\Omega + a_2\Omega^2 + a_3\Omega^3 + a_4\Omega^4, \quad (7.8)$$

где коэффициенты a_k — некоторые комплексные величины, которые будут найдены потом, когда выяснится, какие из них необходимы.

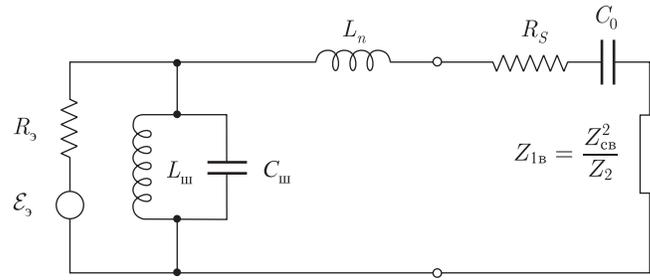


Рис. 7.2

Далее, z_2 на частоте $\omega_2 = \omega_{20} - \Omega = \omega_{10} - \Omega$ будет равно z_1 на этой частоте, т. е.

$$z_2 = a_0 - a_1\Omega + a_2\Omega^2 - a_3\Omega^3 + a_4\Omega^4 - \dots \quad (7.9)$$

и

$$z_2^* = a_0^* - a_1^*\Omega + a_2^*\Omega^2 - a_3^*\Omega^3 + a_4^*\Omega^4 - \dots$$

Наконец, для этих ω_1 и ω_2 получим:

$$z_c^2 = \frac{M^2}{\omega_1\omega_2c_0^2} = \frac{M^2}{(\omega_{10}^2 - \Omega^2)c_0^2} = d_0 + d_2\Omega^2 + d_4\Omega^4 + \dots \quad (7.10)$$

где d_{2k} — некоторые действительные величины.

Исходя из (7.8), (7.9) и (7.10) получим:

$$\begin{aligned} z_1 z_2^* - z_c^2 &= a_0 a_0^* - d_0 + (a_0^* a_1 - a_0 a_1^*) \Omega + \\ &+ (a_0^* a_2 + a_0 a_2^* - a_1 a_1^* - d_2) \Omega^2 + (a_0^* a_3 - a_0 a_3^* - a_1^* a_2 + a_1 a_2^*) \Omega^3 + \\ &+ (a_0^* a_4 + a_0 a_4^* - a_1^* a_3 - a_1 a_3^* + a_2 a_2^* - d_4) \Omega^4 + \dots = \\ &= A_0 + j A_1 \Omega + A_2 \Omega^2 + j A_3 \Omega^3 + A_4 \Omega^4 + \dots, \end{aligned} \quad (7.11)$$

где A_k — действительные величины.

Действительно $a_k a_k^*$, а также $a_k^* a_l + a_k a_l^*$ всегда действительны, поскольку произведение и сумма двух сопряженных величин всегда действительны. Далее $a_k^* a_l - a_k a_l^*$ всегда мнимо, поскольку разность двух сопряженных величин всегда мнимая величина.

Далее

$$\begin{aligned} |z_1 z_2^* - z_c^2|^2 &= (A_0 + A_2 \Omega^2 + A_4 \Omega^4 + \dots)^2 + (A_1 \Omega + A_3 \Omega^3 + \dots)^2 = \\ &= A_0^2 + (2A_0 A_2 + A_1^2) \Omega^2 + (A_2^2 + 2A_0 A_4 + 2A_1 A_3) \Omega^4 + \dots \end{aligned} \quad (7.12)$$

Тут отброшены члены, содержащие Ω в шестой и более высоких степенях.

Если член с Ω^2 велик и членом с Ω^4 можно пренебречь, то выражение (7.12) будет давать обычную резонансную кривую, для которой граничные частоты будут соответствовать, как это видно из сопоставлений (7.12) и (5.2), расстройке.

$$\Omega_2 = \frac{A_0}{\sqrt{2A_0 A_2 + A_1^2}}. \quad (7.13)$$

Максимальный коэффициент усиления будет наступать при $\Omega = 0$ и будет равен в соответствии с (5.2)

$$K_M = \frac{2R_{1A}|z_2^*|}{A_0} = \frac{2R_3(R_3 + R_S)}{A_0}, \quad (7.14)$$

откуда

$$2\Omega_2 K_M = \frac{4R_3(R_3 + R_S)}{\sqrt{2A_0 A_2 + A_1^2}}. \quad (7.15)$$

Меняя параметры $L_{ш}$ и $c_{ш}$, можно уменьшить $2A_0 A_2 + A_1^2$ и этим увеличивать $2\Omega_2 K_M$. Однако при сильном уменьшении этой величины членом с Ω^4 выражения (7.12) можно пренебречь лишь при очень малых Ω_2 . Когда путем выбора параметров получена компенсация и

$$2A_0 A_2 + A_1^2 = 0, \quad (7.16)$$

то, исходя из (7.12) для граничной расстройки, получим выражения:

$$\Omega_2 = \sqrt[4]{\frac{A_0^2}{A_2^2 + 2A_0 A_4 + 2A_1 A_3}}; \quad (7.17)$$

$$2\Omega_2\sqrt{K_M} = 2\sqrt[4]{\frac{4R_3(R_3 - R_S)^2}{A_2^2 + 2A_0A_4 + 2A_1A_3}}. \quad (7.18)$$

Выразим полученные соотношения через параметры схемы, причем для простоты будем интересоваться случаем больших K_M .

Из (7.7), (7.8) и (7.9) следует, что:

$$a_0 = a_0^* = R_3 + R_S, \quad d_0 = \frac{M^2}{\omega_{10}^2 c_0^2}. \quad (7.19)$$

Таким образом,

$$A_0 = a_0 a_0^* - d_0 = (R_3 + R_S)^2 - \frac{M^2}{\omega_{10}^2 c_0^2}. \quad (7.20)$$

Увеличивая M , можно свести A_0 к нулю и K_M^2 в соответствии с (7.14) к бесконечности. Если взять K_M^2 достаточно большим, т. е. A_0 достаточно малым, то условие компенсации (7.16) примет вид:

$$A_1^2 = 0 \quad (7.21)$$

поскольку A_2 при этом стремиться к бесконечности не может.

В этих условиях выражение (7.18) примет вид:

$$2\Omega_2\sqrt{K_M} = 2\sqrt{\frac{2R_3(R_3 + R_S)}{|A_2|}} \quad (7.22)$$

поскольку при $A_0 \rightarrow 0$, путем увеличения M , A_4 не может стремиться к бесконечности.

Найдем A_1 и A_2 .

Раскладывая выражение (7.7) для z_1 в ряд Тейлора, получим, учитывая (7.8):

$$\begin{aligned} a_1 &= j2 \left(-\frac{R_3^2}{\omega_{10}^2 L_{ш}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0} \right); \\ a_2 &= -\frac{4R_3^3}{\omega_{10}^4 L_{ш}^2} + j \left(\frac{R_3}{\omega_{10}^3 L_{ш}} - \frac{1}{\omega_{10}^3 c_0} \right). \end{aligned} \quad (7.23)$$

Далее согласно (7.10).

$$z_c^2 = \frac{M^2}{(\omega_{10}^2 - \Omega^2)c_0^2} = \frac{M^2}{\omega_{10}^2 c_0} + \frac{M^2}{\omega_{10}^4 c_0^2} \Omega^2 + \dots,$$

откуда:

$$d_2 = \frac{M^2}{\omega_{10}^4 c_0^2}. \quad (7.24)$$

Отсюда в соответствии с (7.11) и (7.23).

$$A_1 = \frac{1}{j}(a_0^* a_1 - a_0 a_1^*) = 4(R_3 + R_S) \left(-\frac{R_3^2}{\omega_{10}^2 L_{ш}} + \frac{1}{\omega_{10}^2 c_0} \right). \quad (7.25)$$

Откуда условие компенсации будет:

$$-\frac{R_3}{\omega_{10}L_{ш}} + \frac{1}{\omega_{10}c_0} = 0 \quad \text{или} \quad L_{ш} = R_3^2 c_0. \quad (7.26)$$

Далее

$$\begin{aligned} A_2 = a_0^* a_2 + a_0 a_2^* - a_1 a_1^* - d_2 &= (R_3 + R_S) \frac{8R_3^3}{\omega_{10}^4 L_{ш}^2} - \frac{M^2}{\omega_{10}^4 c_0^2} = \\ &= \left[\frac{8(R_3 + R_S)}{R_3} - M^2 \right] \frac{1}{\omega_{10}^4 c_0^2}, \end{aligned} \quad (7.27)$$

отсюда, учитывая (7.22), получим:

$$\begin{aligned} 2\Omega_2 \sqrt{K_M} &= 2 \sqrt{\frac{2R_3(R_3 + R_S)\omega_{10}^4 c_0^2}{8\frac{R_3 + R_S}{R_3} - M^2}} = 2 \sqrt{\frac{2(z_c - R_S)z_c \omega_{10}^4 c_0^2}{8\frac{z_c}{z_c - R_S} - M^2}} = \\ &= \omega_{10} \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right) M^2}{\frac{1}{1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}} - \frac{M^2}{8}}} \end{aligned} \quad (7.28)$$

$$\text{и} \quad \frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} \sqrt{K_M} = M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M^2}{8} \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right)}}, \quad (7.29)$$

Поскольку

$$\frac{M^2}{8} \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right) < 0,032. \quad (7.30)$$

Можно считать приближенно:

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} \sqrt{K_M} \cong M \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right). \quad (7.31)$$

Как видно из сравнения с (6.17), при наличии компенсации полоса может быть расширена примерно в $\sqrt{K_M}$ раз. Т.е. при усилении в 20 дБ в 3 раза, а при усилении 40 дБ в 10 раз.

При некоторой недокомпенсации коэффициент при Ω^2 в (7.12) положителен. В этом случае при больших коэффициентах усиления, когда Ω_2 мало, членом с Ω^4 можно пренебречь, и Ω_2 будет изменяться обратно пропорционально K_M в соответствии с (7.15).

При меньших коэффициентах усиления Ω_2 будет больше и может оказаться, что членом с Ω_2^2 в выражении (7.12) можно пренебречь по сравнению с членом с Ω_2^4 . В этом случае будет справедливо выражение (7.18) и Ω_2 будет изменяться обратно пропорционально $\sqrt{K_M}$. Таким образом, при недокомпенсации с увеличением K_M вначале Ω_2 будет меняться обратно пропорционально $\sqrt{K_M}$, а потом обратно пропорционально K_M .

При полной компенсации Ω_2 будет меняться обратно пропорционально $\sqrt{K_M}$ до любых больших значений K_M .

При перекомпенсации, когда коэффициент при Ω^2 в выражении (7.12) делается отрицательным, кривая будет двухгорбой. Действительно, в этом случае вначале при малых Ω , когда членом с Ω^4 можно пренебречь, $|z_1 z_2^* - z_c^2|$ будет уменьшаться с увеличением расстройки Ω и K будет расти. Затем при достаточно большом Ω начнет действовать член Ω^4 . При этом $z_1 z_2^* - z_c^2$ будет увеличиваться, а K_M уменьшаться с ростом расстройки.

Двугорбость должна сказываться сильнее при приближении к порогу генерации.

Рассмотрим возможность применения в качестве компенсатора x_ω рис. 7.1 отрезка замкнутой линии с нечетным числом четвертей волн. Для такого отрезка:

$$z = j\rho \operatorname{tg}\left(\frac{l}{c}\omega\right), \quad (7.32)$$

где обозначение то же, что и в (6.18).

Таким образом, в этом случае вместо (7.7) будем иметь:

$$z - \frac{1}{\frac{1}{R_3} - j \frac{1}{\rho \operatorname{tg}\left(\frac{l}{c}\omega_1\right)}} + j\omega_1 L_\Pi - j \frac{1}{\omega_1 c_0} + R_S. \quad (7.33)$$

Разлагая это выражение в ряд (7.8), получим:

$$\begin{aligned} a_0 &= R_3 + R_S, \\ a_1 &= j \left[\frac{2}{\omega_{10}^2 c_0} - \frac{R_3^2}{\rho \omega_{10}} \frac{\pi}{2} (1 + 2n) \right], \\ a_2 &= -j \frac{1}{\omega_{10}^3 c_0} - \frac{R_3^3}{\rho^2 \omega_{10}^2} \frac{\pi^2}{4} (1 + 2n)^2, \end{aligned} \quad (7.34)$$

при этом было учтено, что $\omega_{10} L_\Pi = \frac{1}{\omega_{10} c_0}$ и $\frac{2\pi l}{\lambda_{10}} = \frac{l\omega_{10}}{c} = \frac{\pi}{2} (1 + 2n)$, где n — целое число, поскольку отрезок линии должен содержать нечетное число $\frac{\lambda_1}{4}$.

Для компенсации необходимо, чтобы:

$$A_1 = -j(a_0^* a_1 - a_0 a_1^*) = 0, \quad (7.35)$$

что будет при $a_1 = 0$.

Поэтому компенсация наступит при

$$\frac{2}{\omega_{10}^2 c_0} = \frac{R_3^2}{\rho \omega_{10}} \frac{\pi}{2} (1 + 2n), \quad (7.36)$$

или

$$\rho = \frac{\pi}{4} (1 + 2n) R_3^2 \omega_{10} c_0.$$

При этом

$$a_2 = -j \frac{1}{\omega_{10}^3 c_0} - \frac{4}{R_s \omega_{10}^4 c_0^2}. \quad (7.37)$$

Откуда

$$\begin{aligned} A_2 = a_0^* a_2 + a_0 a_2^* - a_1 a_1^* - d_2 &= (R_s + R_S) \frac{8}{R_s \omega_{10}^4 c_0^2} - \frac{M^2}{\omega_{10}^4 c_0^2} = \\ &= \frac{1}{\omega_{10}^4 c_0^2} \left[\frac{8(R_s + R_S)}{R_s} - M^2 \right]. \end{aligned} \quad (7.38)$$

Поскольку полученное значение A_2 соответствует выражению (7.27), все последующие формулы, и в частности выражение (7.31), будут справедливы. Таким образом, схема с компенсацией с помощью колебательного контура и с помощью закороченного отрезка дает ту же полосу пропускания.

Для случая примера, разобранный в конце § 6, компенсационный шлейф должен быть присоединен в месте соединения диода с фидером, идущим к циркулятору. Волновое сопротивление этого шлейфа

$$\rho = \frac{\pi}{4} (1+2n) R_s^2 \omega_{10} c_0 = \frac{\pi}{4} 45^2 \cdot 6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-12} (1+2n) = 9,6(1+2n). \quad (7.39)$$

Подбирая n , т. е. длину шлейфа, можно получить конструктивно удобное ρ .

§ 8. Полоса пропускания варианта $\omega_{10} \neq \omega_{20}$ (двухконтурный вариант)

Как уже говорилось, вариант $\omega_{10} \neq \omega_{20}$, хотя и является более сложным, имеет преимущество перед вариантом $\omega_{10} = \omega_{20}$. При нем можно получить в ряде случаев (см. § 3) существенно меньшую шумовую температуру, облегчается фильтрация помех, поступающих из антенн на частоте ω_{20} и появляется возможность подойти к порогу генерации и получить большой коэффициент усиления при частоте сигнале $\omega_c \simeq \omega_1$.

В соответствии со сказанным выше (§ 5 и § 6) в целях упрощения рассуждений возьмем:

$$\left. \begin{aligned} x_{10} = x_{20} = 0, \\ R_{2A} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Тогда:

$$\left. \begin{aligned} R_2 = R_S, \\ R_1 = R_{1A} + R_S \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

и около порога генерации в соответствии с (1.22)

$$R_1 = R_{1A} + R_S \cong R_{1b} = \frac{z_{c0}^2}{R_2} = \frac{z_{c0}^2}{R_S}, \quad (8.3)$$

откуда

$$z_{c0}^2 = (R_{1A} + R_S) R_S$$

или

$$R_{1A} = \frac{z_{c0}^2 - R_S^2}{R_S}. \quad (8.4)$$

Подставляя эти значения в (5.12), получим:

$$\begin{aligned} 2\Omega_2 K_M &= \frac{4(z_{c0}^2 - R_S^2)}{\sqrt{D^2 + \left(\frac{z_{c0}^2}{R_S} b_2 + R_S b_1\right)^2}} = \\ &= \frac{4\left(\frac{\omega_k^2}{\omega_{10}\omega_{20}} - 1\right)}{\sqrt{\frac{\omega_k^4}{\omega_{10}^2\omega_{20}^2} \left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}}\right)^2 + \left(\frac{\omega_k^2}{\omega_{10}\omega_{20}} \frac{b_2}{R_S} + \frac{b_1}{R_S}\right)^2}} = \\ &= \frac{4\left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}}\right)^2 + \left(\frac{b_2}{R_S} + \frac{b_1}{R_S} \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)^2}}. \quad (8.5) \end{aligned}$$

Предположим, что внешняя схема имеет реактивное сопротивление примерно такое же, как двухполюсник без потерь (так же, как было принято в § 6). В этом случае рационально подобрать внешнюю схему такой, чтобы при соблюдении условия (8.1) величина

$$B = b_2 + b_1 \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_n^2}, \quad (8.6)$$

была бы минимальна.

В соответствии с Приложением для оптимально построенной схемы в этом случае будет удовлетворяться равенство:

$$\frac{1}{b_1\omega_{10}^2} + \frac{1}{b_2\omega_{20}^2} = \frac{c_0}{2}. \quad (8.7)$$

Таким образом, надо найти минимум величины B , соблюдая равенство (8.7).

Минимальная величина B , как нетрудно показать, при этих условиях будет равна:

$$B_m = 2 \frac{\left(\sqrt{\frac{\omega_{10}\omega_{20}^3}{\omega_k^2} + \omega_{10}}\right)^2}{\omega_{10}^2\omega_{20}^2 c_0}, \quad (8.8)$$

откуда максимальное значение $2\Omega_k K_M$ будет:

$$2\Omega_2 K_M = \frac{4 \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega_{20}} - \frac{1}{\omega_{10}}\right)^2 + \frac{4}{M^2} \frac{\omega_k^2}{\omega_{10}^4 \omega_{20}^4} \left(\sqrt{\frac{\omega_{10}\omega_{20}^3}{\omega_k}} - \omega_{10}\right)^4}}. \quad (8.9)$$

Если пренебречь первой скобкой под корнем, то получим

$$2\Omega_2 K_M = \frac{2 \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right) M \omega_{10}^2 \omega_{20}^2}{\omega_k \left(\frac{\sqrt{\omega_{10}\omega_{20}^3}}{\omega_k} + \omega_{10}\right)^2}, \quad (8.10)$$

или

$$\frac{2\Omega_2 K_M}{\omega_{10}} = \frac{2M \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\left(\sqrt{\frac{\omega_{20}}{\omega_k}} + \sqrt{\frac{\omega_{10}\omega_k}{\omega_{20}}}\right)^2} = 2M \frac{\omega_{20}^2 \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\omega_{10}\omega_k \left(\sqrt{\frac{\omega_{20}^3}{\omega_{10}\omega_k^2}} + 1\right)^2}. \quad (8.11)$$

Будем считать M , ω_{10} и ω_k заданными. Найдем ω_{20} , которое даст максимум $\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} K_M$. Для упрощения рассуждений обозначим:

$$E = \frac{\omega_{20}^2 \left(1 - \frac{\omega_{10}\omega_{20}}{\omega_k^2}\right)}{\omega_{10}\omega_k \left(\sqrt{\frac{\omega_{20}^3}{\omega_{10}\omega_k^2}} + 1\right)^2} = \frac{1}{\sqrt[4]{a}} \frac{(1 - a\nu^2)\nu^4}{(1 + \nu^3)^2}, \quad (8.12)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= \left(\frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right)^{4/3}, \\ \nu &= \sqrt[6]{\frac{\omega_{20}^3}{\omega_{10}\omega_k^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (8.13)$$

При изменении ω_{20} будет меняться ν . При $\nu = 0$ $E = 0$. При $\nu = \frac{1}{\sqrt{a}}$ также $E = 0$.

Поскольку между этими значениями ν E положительно, то на интервале от 0 до $\frac{1}{\sqrt{a}}$ должен быть максимум E . Беря $\frac{dE}{d\nu}$ и приравняв полученное выражение нулю, приходим к равенству для ν , соответствующего максимуму E

$$2 - 3a\nu_m^2 - \nu_m^3 = 0, \quad (8.14)$$

которое даст зависимость ν_m соответствующего максимуму E , от параметра a .

Поскольку решать это уравнение относительно ν_m громоздко, целесообразно задаваться ν_m и находить параметр a , при котором данное ν_m будет соответствовать максимуму E . Из (8.14) получим:

$$a = \frac{2 - \nu_m^3}{3\nu_m^2}. \quad (8.15)$$

Далее из (8.12) и (8.13)

$$\frac{\omega_{10}}{\omega_k} = a^{3/4} \quad (8.16)$$

и соответствующее максимуму:

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_k} = \nu_m^2 \sqrt{\frac{\omega_{10}}{\omega_k}} = \nu_m^2 a^{1/4}. \quad (8.17)$$

Максимальное значение E в соответствии с (8.12) и (8.15) будет

$$E_m = \frac{1}{3\sqrt[4]{a}} \frac{\nu_m^4}{1 + \nu_m^3}. \quad (8.18)$$

При $\frac{\omega_{10}}{\omega_k} \ll 1$ получим из (8.13) $a = \left(\frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right)^{4/3} \ll 1$ и из (8.15) $\nu_m \cong 2^{1/3}$.

В этом случае для максимума E из (8.13)

$$\frac{\omega_{20}^3}{\omega_{10}\omega_k^2} = 2^2, \quad (8.19)$$

откуда:

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_k} \cong 2^{2/3} \sqrt[3]{\frac{\omega_{10}}{\omega_k}} = 1.59 \sqrt[3]{\frac{\omega_{10}}{\omega_k}}; \quad (8.20)$$

$$E_m \cong \frac{2^{4/3}}{9} \sqrt[3]{\frac{\omega_k}{\omega_{10}}} = 0.28 \sqrt[3]{\frac{\omega_k}{\omega_{10}}}. \quad (8.21)$$

Зависимость E_m и $\frac{\omega_{20}}{\omega_k}$ от $\frac{\omega_{10}}{\omega_k}$ дана на рис. 8.1.

Напомним, что

$$\frac{2\Omega_2}{\omega_{10}} K_M = 2ME_m. \quad (8.22)$$

Для случая $\omega_{10} = \omega_{20}$ (одноконтурный вариант) можно аналогично записать:

$$\frac{\Omega_2}{\omega_{10}} K_M = 2ME', \quad (8.23)$$

где в соответствии с (6.17)

$$E' = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_k}\right).$$

В выражении (8.23) взята не вся полоса пропускания $2\Omega_2$, а ее половина Ω_2 , для того, чтобы сравнение было более наглядным, поскольку

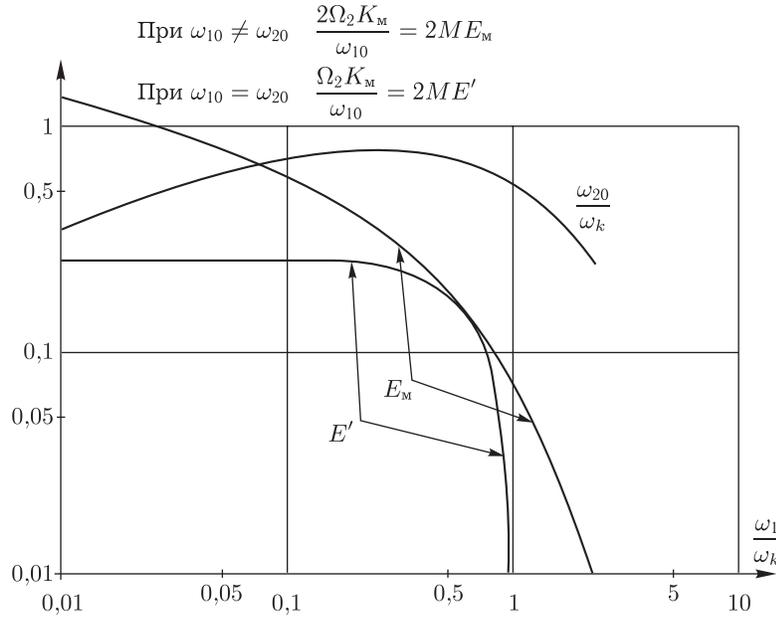


Рис. 8.1

в случае $\omega_{10} \neq \omega_{20}$ можно для сигнала использовать всю полосу частот, а в случае $\omega_{10} = \omega_{20}$ — только ее половину, иначе, в последнем случае спектр сигнала будет искажаться.

Зависимость E' от $\frac{\omega_{10}}{\omega_k}$ дана также на рис. 8.1. Из сравнения кривых E'_m , E_m видно, что при $\frac{\omega_{10}}{\omega_k} \cong 0,6$ оба типа усилителя по полосе эквивалентны. Если $\frac{\omega_{10}}{\omega_k}$ отличается от этого значения, то вариант с $\omega_{10} \neq \omega_{20}$ будет лучше. При $\frac{\omega_{10}}{\omega_k} > 1$ вариант $\omega_{10} = \omega_{20}$ совсем не может быть использован. Вариант $\omega_{10} \neq \omega_{20}$, хотя и дает E_m малое, но все же работать может. При $\frac{\omega_{10}}{\omega_k} \rightarrow 0$, $E' \rightarrow 0,25$, а $E_m \rightarrow \infty$.

В проведенном сравнении оба типа усилителей были без применения компенсации.

Применение компенсации будет расширять полосу для обоих типов усилителя. Следует отметить, что компенсация на частоте ω_{10} для уменьшения b_1 может быть получена путем шунтирования цепью, подобной параллельному контуру активного сопротивления, вносимого фидером от циркулятора, как это было рассмотрено в § 7. В случае, если $R_{2A} = 0$, осуществить компенсацию на частоте ω_{20} подобным способом нельзя, поскольку внешняя цепь диода в данном случае не должна содержать активной составляющей. Для получения компенсации b_2 нужно ввести активную составляющую и на частоте ω_{20} . Внесение этой

составляющей, как видно из (3.13), увеличивает шумовую температуру усилителя. Чтобы это увеличение было незначительным, нужно, чтобы шумовая температура этой составляющей была мала, для чего можно применить охлаждение или в качестве нагрузки использовать антенну, обращенную в небо (если на частоте ω_{20} шум неба мал).

§ 9. Эквивалентная схема волновода, содержащего диод

Для расчета параметрических усилителей с диодами, включенными в прямоугольный волновод с волной H_{10} или объемный резонатор, созданный из такого волновода, удобно пользоваться схемой замещения волновода в виде двухпроводной линии. В литературе ²⁾ указывается, что волновод этого типа со стенками, замкнутыми стержнем, поставленным перпендикулярно широким стенкам волновода (см. рис. 9.1) заменен двухпроводной линией, изображенной на рис. 9.2, а. В случае тонкого стержня влиянием конденсаторов в этой схеме можно пренебречь, и она превращается в схему рис. 9.2, б.

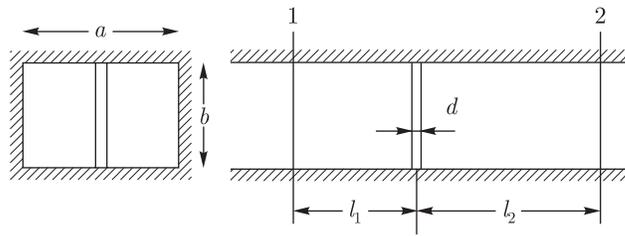


Рис. 9.1

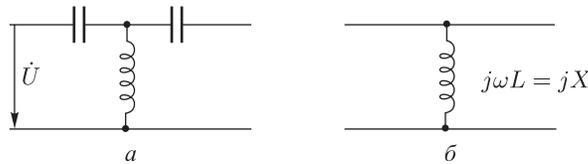


Рис. 9.2

В линии рис. 9.2, б распределение напряжений и передаваемые мощности будут теми же, что и в волноводе, если принять за напряжение в волноводе величину:

$$\dot{U} = \dot{E}b, \tag{9.1}$$

²⁾ «Справочник по волноводам» — «Советское радио» 1952 г., стр. 68 и 269.

где \dot{E} — напряженность поля в центре сечения волновода, b — высота волновода, за волновое сопротивление линии величину:

$$\rho = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{2b}{a\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4a^2}}} = 377 \frac{2b}{a\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4a^2}}} [\text{Ом}], \quad (9.2)$$

где λ — длина волны колебания в свободном пространстве с параметрами μ и ε ; a — ширина волновода, за длину волны в линии и волноводе величину:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4a^2}}} \quad (9.3)$$

и, наконец, за реактивное сопротивление перемычки линии величину

$$\begin{aligned} jx = j\omega L = j\rho \frac{a}{2\Lambda} \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) &= j\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{b}{\lambda} \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) = j377 \frac{b}{\lambda} \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) = \\ &= j \frac{\mu b}{2\pi} \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) \cdot \omega = j2 \cdot 10^{-9} \cdot b \left(\ln \frac{a}{d} - F \right) \cdot \omega [\text{Ом}]; \quad (9.4) \end{aligned}$$

поскольку

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \lambda} = \frac{c}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi},$$

где d — диаметр стержня, c — скорость света, b — высота волновода в сантиметрах.

$$F = 2 - \ln \frac{4}{\pi} - 2 \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2 - \left(\frac{2a}{\lambda}\right)^2}} - \frac{1}{n} \right], \quad (9.5)$$

величина F дается кривой рис. 9.3.

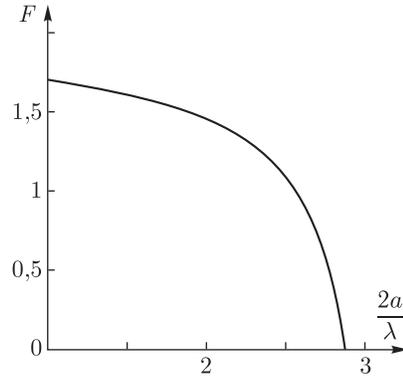


Рис. 9.3

Нужно оговориться, что сказанное справедливо лишь для напряжения основной волны H_{10} в волноводе. Вблизи от замыкающего стержня кроме основной волны могут возбуждаться и высшие типы волн, которые должны быстро затухать при правильном выборе размеров волновода. Таким образом, суммарное напряжение в волноводе от всех типов волн вблизи замыкающего стержня может отличаться от напряжения основной волны и, значит, от напряжения в линии замещения.

Докажем, что при включении в замыкающий стержень волновода сторонней э.д.с. $\dot{\epsilon}$, распределение напряжений по волноводу, распределение мощности бегущих волн в нем и ток \dot{J} через замыкающий стержень будут такими же, как в схеме рис. 9.4. Эта схема отличается от схемы рис. 9.2б наличием э.д.с. $\dot{\epsilon}$, включенной последовательно в ветвь jx .

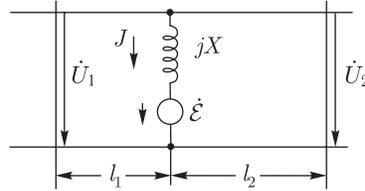


Рис. 9.4

Возьмем два сечения волновода 1 и 2, удаленные от замыкающего стержня на расстояниях l_1 и l_2 соответственно (см. рис. 9.1).

Обозначим напряжение в сечении 1 от бегущей волны основного типа H_{01} , которое попадает через это сечение в рассматриваемый отрезок волновода через \dot{U}_{1n} и соответственно в сечении 2 — через \dot{U}_{2n} . Напряжение в сечении 1 от бегущей волны, выходящей (отраженной) от волновода, обозначим через \dot{U}_{10} и аналогично в сечении 2 — через \dot{U}_{20} . Ток в стержне обозначим через \dot{J} , а стороннюю э.д.с. в стержне — через $\dot{\epsilon}$.

Тогда в общем виде, пользуясь принципом наложения, получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{10} &= K_{01}\dot{U}_{1n} + K_{n1}\dot{U}_{2n} + K_1\dot{\epsilon}, \\ \dot{U}_{20} &= K_{n2}\dot{U}_{1n} + K_{02}\dot{U}_{2n} + K_2\dot{\epsilon}, \\ \dot{J} &= Y_1\dot{U}_{1n} + Y_2\dot{U}_{2n} + Y_0\dot{\epsilon}. \end{aligned} \right\} \quad (9.6)$$

В этих выражениях первые члены характеризуют отраженные волны и ток, которые вызваны только волной, попадающей через сечение 1; вторые члены определяются волной, попадающей через сечение 2; и третьи члены определяются э.д.с.

Для схемы рис. 9.4 можно составить аналогичные уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{10} &= K'_{01}\dot{U}_{1n} + K'_{n1}\dot{U}_{2n} + K'_1\dot{\epsilon}, \\ \dot{U}_{20} &= K'_{n2}\dot{U}_{1n} + K'_{02}\dot{U}_{2n} + K'_2\dot{\epsilon}, \\ \dot{J} &= Y_1\dot{U}_{1n} + Y_2\dot{U}_{2n} + Y'_0\dot{\epsilon}. \end{aligned} \right\} \quad (9.7)$$

Если в уравнениях (9.6) и (9.7) соответствующие коэффициенты будут равны, то схема рис. 9.4 будет схемой замещения волновода, представленного на рис. 9.1.

При $\dot{\varepsilon} = 0$ две первые строки уравнений (9.6) и (9.7) дают соотношения напряжений в волноводе и схеме рис. 9.4 в отсутствие э.д.с. В этих условиях схема рис. 9.4 является схемой замещения волновода, и поэтому эти соотношения должны быть идентичными, из этого следует, что:

$$K_{01} = K'_{01}; \quad K_{02} = K'_{02}; \quad K_{n1} = K'_{n1} \quad \text{и} \quad K_{n2} = K'_{n2}. \quad (9.8)$$

Далее предположим, что $\dot{U}_{2n} = 0$ и в стержне действует такая сторонняя э.д.с. $\dot{\varepsilon}$, что $\dot{J} = 0$. В этом случае в волноводе должна быть только одна невозмущенная волна, распространяющаяся от сечения 1 к сечению 2, и \dot{U}_{10} должно равняться нулю. При этом $\dot{\varepsilon}$ должно уравновешивать поле этой волны в стержне, т. е. должно быть:

$$\dot{\varepsilon} = -\dot{U}_{1n} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}l_1},$$

причем, строго говоря, эта э.д.с. должна быть равномерно распределена по всему стержню.

Таким образом, в данном случае первая строка уравнения (9.6) запишется так:

$$0 = K_{01}\dot{U}_{1n} - K_1\dot{U}_{1n}e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}l_1}. \quad (9.9)$$

Откуда

$$K_1 = K_{01}e^{j\frac{2\pi}{\lambda}l_1}. \quad (9.10)$$

Рассуждая аналогично для схемы рис. 9.4, получим:

$$K'_1 = K'_{01} \quad (9.11)$$

и при условии $K'_{01} = K_{01}$,

$$K'_1 = K_1. \quad (9.12)$$

Совершенно подобно этому докажем, что $K'_2 = K_2$. Таким образом, две первые строки уравнения (9.6) и (9.7) полностью идентичны.

Если $\dot{U}_{2n} = 0$ и $\dot{J} = 0$, то третья строка уравнения (9.6) запишется так:

$$0 = Y_1\dot{U}_{1n} - Y_0\dot{U}_{1n}e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}l_1},$$

откуда

$$Y_1 = Y_0e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}l_1}. \quad (9.13)$$

В случае, когда $\dot{U}_{2n} = 0$, а величина э.д.с. $\dot{\varepsilon}$ для простоты рассуждений бесконечно мала в сравнении с \dot{U}_{1n} и ею можно пренебречь, из уравнения (9.6) получим:

$$\dot{J} = Y_1\dot{U}_{1n}. \quad (9.14)$$

Мощность, отдаваемая э.д.с., если пренебречь бесконечно малыми второго порядка, будет:

$$P = \varepsilon J \cos(\varphi_\varepsilon - \varphi_J), \quad (9.15)$$

где φ_ε — начальная фаза э.д.с. $\dot{\varepsilon}$, φ_J — начальная фаза тока \dot{J} .

С другой стороны равная ей по величине мощность, выходящая из волновода, будет равна:

$$P = \frac{U_{10}^2}{\rho} + \frac{U_{20}}{\rho} - \frac{U_{1n}^2}{\rho}. \quad (9.16)$$

Перейдем к схеме рис. 9.4. Для нее при тех же \dot{U}_{1n} и $\dot{\varepsilon}$, рассуждая аналогично, получим:

$$Y_1' = Y_0' e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} l_1}; \quad (9.17)$$

$$J' = Y_1' \dot{U}_{1n}; \quad (9.18)$$

$$P' = \varepsilon J' \cos(\varphi_\varepsilon - \varphi_J'); \quad (9.19)$$

и

$$P' = \frac{U_{10}^2}{\rho} + \frac{U_{20}^2}{\rho} - \frac{U_{1n}^2}{\rho}. \quad (9.20)$$

Далее, выражения (9.16) и (9.20) равны друг другу, поскольку входящие в них величины U_{1n} и ρ равны по определению, а U_{10} и U_{20} определяются двумя первыми строками уравнений (9.6) и (9.7), которые идентичны.

Поэтому $P' = P$ и, следовательно:

$$\varepsilon J' \cos(\varphi_\varepsilon - \varphi_{J'}) = \varepsilon J \cos(\varphi_\varepsilon - \varphi_J). \quad (9.21)$$

Поскольку это равенство должно быть справедливым при любом φ_ε , то

$$J' = J, \quad \varphi_J' = \varphi_J, \quad (9.22)$$

откуда:

$$j' = j. \quad (9.23)$$

Учитывая далее (9.14) и (9.18), приходим к выводу, что

$$Y_1' = Y_1, \quad (9.24)$$

а из (9.13) и (9.17) будет следовать, что:

$$Y_0' = Y_0. \quad (9.25)$$

Рассуждая аналогично, докажем, что

$$Y_2' = Y_2. \quad (9.26)$$

Таким образом уравнения (9.6) и (9.7) полностью идентичны, откуда следует, что напряжения от основных волн в волноводе и в схеме рис. 9.4, а также токи в замыкающем стержне и перемычке будут одинаковы.

Доказанное совершенно точно для случая, когда э.д.с. $\dot{\varepsilon}$ равномерно распределена по стержню. В случае, если э.д.с. $\dot{\varepsilon}$ сосредоточена на небольшом участке стержня, ток \dot{J} , строго говоря, будет различен в разных сечениях стержня, и приведенное доказательство будет несправедливо. Однако, если длина стержня много меньше длины

волны, полученные при этом погрешности, очевидно, будут незначительны.

В случае, когда э.д.с. несинусоидальна, эквивалентность схемы замещения волновода двухпроводной линией сохранится, так как эта схема замещения справедлива для всех синусоидальных составляющих, на которые можно разложить такую э.д.с.

В случае включения в разрыв стержня, замыкающего волновод, или в перемычку схемы (рис. 9.4), некоторого малого по размерам элемента (например, диода), напряжение на котором обозначим $u(t)$, эквивалентность схемы замещения также сохранится, поскольку действие этого элемента будет равносильно действию одинаковых сторонних э.д.с. $e(t) = -u(t)$.

Приложение

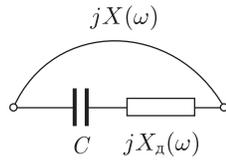


Рис. П.1

Пусть в чисто реактивном двухполюснике (рис. П.1) задана емкость C и требуется подобрать двухполюсник так, чтобы сопротивление всего двухполюсника

$$jx(\omega) = j \left[x_d(\omega) - \frac{1}{\omega C} \right] \quad (\text{П.1})$$

равнялось нулю на частотах, т. е., чтобы

$$x(\omega'_k) = 0 \quad (\text{П.2})$$

и чтобы

$$b_k = \left(\frac{dx(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega=\omega'_k} \quad (\text{П.3})$$

были возможно малы.

В данном случае ω'_k ($k = 1, 2, \dots, n$) — заданные величины.

Как известно, для двухполюсника, не имеющего потерь и содержащего элементы с сосредоточенными или распределенными параметрами, всегда можно записать:

$$\frac{1}{x(\omega)} = \sum_{k=1}^m \left(\frac{A_k}{\omega - \omega_k} + \frac{A_k}{\omega + \omega_k} \right) - B\omega + \frac{D}{\omega} = \sum_{k=1}^m \frac{2A_k\omega}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega + \frac{D}{\omega}, \quad (\text{П.4})$$

где A_k , B и D — постоянные действительные положительные величины, ω_k — частоты собственных колебаний в данном двухполюснике при его коротком замыкании.

Поскольку в данном случае, из-за наличия конденсатора C , при $\omega \rightarrow 0$ $x(\omega) \rightarrow -\infty$ и $\frac{1}{x(\omega)} \rightarrow 0$ величина D должна равняться нулю.

Для удовлетворения условия (П.2), очевидно, следует принять

$$m \geq n \text{ и } \omega_k = \omega'_k \text{ при } k = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{П.5})$$

Далее:

$$\begin{aligned} \frac{dx(\omega)}{d\omega} &= \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{\sum_{k=1}^m \frac{2A_k\omega}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega} \right) = \frac{-\sum_{k=1}^m \frac{2A_k(\omega^2 - \omega_k^2) - 4A_k\omega^2}{(\omega^2 - \omega_k^2)^2} + B}{\left(\sum_{k=1}^m \frac{2A_k\omega}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega \right)^2} = \\ &= \frac{-\sum_{k=1}^m [2A_k(\omega^2 - \omega_k^2) - 4A_k\omega^2] \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_k^2} \right)^2 + B(\omega^2 - \omega_p^2)^2}{\left[\sum_{k=1}^m 2A_k\omega \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega(\omega^2 - \omega_p^2) \right]^2}, \quad (\text{П.6}) \end{aligned}$$

где p — целое положительное число.

Подставляя $\omega = \omega_p$, получим, что все члены в суммах будут равны нулю, кроме членов с $k = p$. Поэтому:

$$b_p = \left(\frac{dx(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_p} = \frac{4A_p\omega_p^2}{(2A_p\omega_p)^2} = \frac{1}{A_p}. \quad (\text{П.7})$$

Посмотрим какие условия наложены на A_k в случае, когда емкость C задана.

Если стремить ω_k к нулю, тогда сопротивления всех индуктивностей в двухполюснике x_d будут также стремиться к нулю, и останутся лишь емкостные сопротивления. Таким образом, всегда при достаточно малом ω можно принять:

$$x_d = -\frac{1}{\omega C_0}, \quad (\text{П.8})$$

откуда в соответствии с (П.1)

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega x(\omega) = -\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0}. \quad (\text{П.9})$$

В случае, если через двухполюсник x_d проходит постоянный ток, получим:

$$\frac{1}{C_0} = 0. \quad (\text{П.10})$$

Из (П.4), получим:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega x(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\omega}{\sum_{k=1}^m \frac{2A_k\omega}{\omega^2 - \omega_k^2} - B\omega} = \frac{1}{-\sum_{k=1}^m \frac{2A_k}{\omega_k^2} - B}. \quad (\text{П.11})$$

Приравнявая (П.9) и (П.11), получим:

$$\sum_{k=1}^m \frac{2A_k}{\omega_k^2} + B = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}} \quad (\text{П.12})$$

или

$$\sum_{k=1}^n \frac{2A_k}{\omega_k^2} = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}} - B - \sum_{k=n+1}^m \frac{2A_k}{\omega_k^2}. \quad (\text{П.13})$$

Напомним, что все величины C , C_0 , A_k , B , ω_k входящие в это выражение, положительны, а ω_k при $k \leq n$ и C заданы.

Чтобы удовлетворить условию (П.3) и иметь $b_k = \frac{1}{A_k}$ при $k \leq n$ по возможности малыми, необходимо величины A_k при $k \leq n$ и, следовательно,

$$\sum_{k=1}^n \frac{2A_k}{\omega_k^2} \quad (\text{П.14})$$

по возможности увеличить.

Для этого, исходя из (П.13) следует выполнить условие

$$\frac{1}{C_0} \ll \frac{1}{C} \quad \text{или} \quad C_0 \gg C. \quad (\text{П.15})$$

Тогда:

$$\frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}} \quad (\text{П.16})$$

примет максимально возможное значение, равное C . Далее следует сделать:

$$B \ll C \quad (\text{П.17})$$

и

$$\sum_{k=n+1}^m \frac{A_k}{\omega_k^2} \ll C. \quad (\text{П.18})$$

Таким образом, для получения минимальных b_k ($k \leq n$) нужно, чтобы:

1. Емкость C_d , которая является эквивалентной емкостью двухполюсника x_d на очень низких частотах, была бы много больше C . Можно взять также $C_0 = \infty$, сделав так, чтобы через двухполюсник мог протекать постоянный ток.

2. B было много меньше C . Исходя из (П.4) при $\omega \rightarrow \infty$

$$x(\omega) = -\frac{1}{B\omega}. \quad (\text{П.19})$$

Таким образом, B является эквивалентной емкостью двухполюсника x на очень высоких частотах, которая равна величине C_∞ .

Необходимо, чтобы соблюдалось условие $C_\infty \ll C$, т. е., чтобы двухполюсник jx_d имел на бесконечно большой частоте по возможности бесконечно большое сопротивление.

3. Наконец, необходимо выполнить неравенство (П.18), поскольку в соответствии с (П.4) ω_k являются частотами последовательного резонанса, на которых сопротивление двухполюсника $x(\omega)$ (рис. П.1)

равняется нулю. Желательно, чтобы такие резонансы, помимо заданного числа их n , отсутствовали.

В этом случае сумма в правой части равенства (П.13) исчезнет. Если же резонансные частоты сверх заданного числа n имеют место, то желательно, чтобы они были по возможности высокими. Кроме того, желательно, чтобы A_k для этих частот было бы меньше или, что эквивалентно, x вблизи этих частот было бы по возможности больше.

Для оптимального случая, когда,

$$\left. \begin{aligned} C_0 = \infty, \\ B = C_\infty = 0, \\ \sum_{k=n+1}^m \frac{2A_k}{\omega_k^2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.20})$$

получим:

$$\sum_{k=1}^n \frac{2A_k}{\omega_k^2} = C. \quad (\text{П.21})$$

или

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\omega_k^2 b_k} = \frac{C}{2}. \quad (\text{П.22})$$

В случае, если условия (П.20) не будут удовлетворяться, получим:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\omega_k^2 b_k} < \frac{C}{2}.$$

Рассмотрим несколько примеров.

Вначале напомним, что число последовательных резонансов в двухполюснике, не пропускающем постоянный ток, а таким является двух-

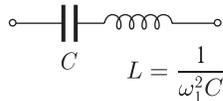


Рис. П.2

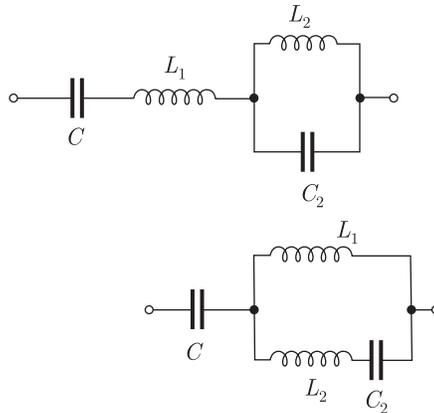


Рис. П.3

полюсник $jx(\omega)$ (см. рис. П.1) из-за наличия конденсатора C , должно быть $\frac{N}{2}$. N — число независимых начальных условий, которые должны быть заданы для определения собственных колебаний в этом двухполюснике при его коротком замыкании.

Возьмем $n = 1$. В этом случае будет удовлетворять условиям (П.20) двухполюсник, изображенный на рис. П.2. Он будет и обеспечивать минимально возможное b_1 .

Для него как можно убедиться и путем непосредственного расчета:

$$\frac{1}{\omega_1^2 b_1} = \frac{C}{2} \quad \text{или} \quad b_1 = \frac{2}{\omega_1^2 C}. \quad (\text{П.24})$$

Для других двухполюсников, содержащих последовательную емкость C , величина b_1 будет больше.

Возьмем $n = 2$. Для этого случая будут удовлетворять условиям (П.20) двухполюсники, изображенные на рис. П.3. Для них:

$$\frac{1}{\omega_1^2 b_1} + \frac{1}{\omega_2^2 b_2} = \frac{C}{2}. \quad (\text{П.25})$$